



4.1 Vergleich

EXPLORATION

Die Teilnehmer*innen verdeutlichen sich, dass „etwas zu vergleichen“ bedeutet, Eigenschaften zueinander in Beziehung zu setzen. Es wird herausgearbeitet, worauf bei der Unterscheidung von Mengen fokussiert wird: Auf die Anzahl ihrer Elemente.

Um Mengen zu vergleichen, können grob die Begriffe mehr/weniger/ungefähr gleich verwendet werden. Um Mengen exakt zu beschreiben, muss die Anzahl der in der Menge enthaltenen Elemente ermittelt werden. Das kann durch Zählen der einzelnen Elemente erfolgen. Der Mengenvergleich kann durch einen Zahlvergleich symbolisiert werden. Durch direkte Eins-zu-Eins-Zuordnung einzelner Elemente beider Mengen müssen nicht alle Elemente gezählt werden, sondern nur die Elemente, für die keine Zuordnung möglich ist – um diese Zahl ist die betreffende Menge größer als die andere Menge.

Die Anzahl der Elemente einer Menge wird durch Zahlen symbolisiert. Zahlen beschreiben Anzahlen. Für Anzahlvergleiche können Symbole verwendet werden: > (größer als), < (kleiner als), = (gleich viel). Dabei wird zwischen Ungleichungen und Gleichungen unterschieden.

4.1.1 Kursgespräch – Vergleiche

Didaktische Ziele

- Beispiele für Vergleiche im Alltag (Situationen, Eigenschaften, Quantitäten ...) sammeln und erkunden
- Begriffe (Vergleich, Unterschied, Quantität, kleiner/größer, mehr/weniger, gleich u.v.m.) kennen und richtig benutzen

Der Begriff *Vergleich* ist gängig. Menschen vergleichen Eigenschaften von Dingen oder Lebewesen, zum Beispiel Temperaturen, Größen, Preise, Farben oder Anzahlen und sie stellen Beziehungen zwischen dem, was verglichen wurde, her. Es werden Unterschiede und Gemeinsamkeiten gesucht. Die Kursleitung fragt die Teilnehmer*innen nach Beispielen zu Vergleichen aus ihrem Alltag und lässt beschreiben, was sie unter dem Begriff *Vergleich* verstehen.

BEISPIELE

- *Heute ist es wärmer als gestern.*
- *Der Song gefällt mir besser als der andere Song.*
- *Ich fühle mich schon viel wohler. Gestern war ich noch krank.*
- *Dieses T-Shirt ist teurer als das andere T-Shirt.*
- *Dein Wohnzimmer ist größer als meines.*

Im Kursgespräch wird gemeinsam nach der Antwort gesucht, was in den genannten Beispielen verglichen wurde.

BEISPIELE

- *Heute ist es wärmer als gestern: Man kann die Temperatur messen.*
- *Der Song gefällt mir besser als der andere Song: Der eine Song macht mich fröhlich und der andere Song nicht. Das ist von Person zu Person unterschiedlich.*
- *Ich fühle mich schon viel wohler. Gestern war ich noch krank: Eine Krankheit kann man nicht genau messen. Jede Person fühlt sich dabei anders.*
- *Dieses T-Shirt ist teurer als das andere. Man kann den Preis am Preisschild ablesen.*
- *Dein Wohnzimmer ist größer als meines: Man kann die Größe der beiden Zimmer messen.*

Bei einem Vergleich werden Situationen oder Eigenschaften zueinander in Beziehung gesetzt. Verglichen werden können: Ereignisse, Sachverhalte, Dinge, Elemente, Eigenschaften, ...

Die Kursleitung bittet die Teilnehmer*innen, eine allgemeine Beschreibung für den Begriff *Vergleich* zu formulieren. Dies könnte eine Antwort sein:

Für einen Vergleich braucht man mindestens zwei Situationen. Manchmal sind es auch mehr als zwei Situationen. Wenn es dabei um Zahlen geht, ist es ein Zahlen- oder Wertevergleich. Das nennt man auch einen quantitativen Vergleich. Man vergleicht Quantitäten. Eine Quantität kann man in Zahlen beschreiben.

Die Kursleitung fragt, ob alle Teilnehmer*innen den Begriff *Quantität* kennen. Alternativ könnte der Begriff zahlenhafter Vergleich verwendet werden.

Zum Beispiel bei Temperaturen: Gestern waren es 19°C und heute sind es 23°C. Man gibt Zahlenwerte (Quantitäten) an.

Die Kursleitung fragt nach weiteren Zahlenbeispielen, um etwas zu vergleichen – Größe, Gewicht, Preis, ...

Gemeinsam wird im Kursgespräch ein Tafelbild entwickelt und für die Begriffe *nichtquantitative Vergleiche* (ohne Zahlen) und *quantitative Vergleiche* (mit Zahlen) Beispiele gesammelt und dafür Formulierungen abgeleitet. Die Kursleitung kann ein Beispiel aus der nachfolgenden Tabelle vorgeben.

Wichtig ist es, auch auf die Begriffe *genauso* und *gleich* zu fokussieren. Beide Formulierungen sind inhaltlich den Vergleichen zuzuordnen. In dem Wort *Vergleich* ist bereits das Wort *gleich* enthalten. Wenn etwas verglichen wird, wird versucht den *Unterschied* der Dinge, die verglichen wurden, herauszufinden. Wenn kein Unterschied vorhanden ist, sind die Dinge, die verglichen wurden gleich.

nichtquantitative Vergleiche (ohne Zahlen)	quantitative Vergleiche (mit Zahlen)
angenehmer/ unangenehmer als	größer/kleiner als
gesünder/ ungesünder als	wärmer/kälter als
gefällt besser/ gefällt weniger als	gleich
wärmer/kälter als	höher/niedriger als
genauso oder gleich	teurer/billiger als
schlechter/besser als	früher/später als

RÜCKSCHAU

Es können Ereignisse, Dinge, Größen, Farben, Empfindungen, Lebewesen, Zeiten u. v. m. unterschieden und damit verglichen werden. Auch wenn etwas gleich/genauso ist, wird verglichen. Bei quantitativen Vergleichen spielen Zahlen oder Quantitäten eine Rolle. Für diese Vergleiche passen die Begriffe: größer/kleiner, höher/niedriger, weniger/mehr, gleich.

4.1.2 Kursgespräch und Aufgabenblatt 4.1a – Vergleichszeichen

Didaktisches Ziel

Vergleichszeichen kennen und in Vergleichen von Mengen, Zahlen, mathematischen Ausdrücken richtig benutzen

Mit Hilfe von Symbolen können mathematische Sachverhalte dargestellt werden.

Die Kursleitung schreibt Vergleichszeichen an die Tafel und fragt die Teilnehmer*innen, ob ihnen die Bedeutung dieser Symbole bekannt ist.



Abbildung 4.1-1 Vergleichszeichen

Viele der Teilnehmer*innen werden damit vertraut sein. Die Kursleitung schätzt abhängig vom Leistungsvermögen der Gruppe ein, ob an dieser Stelle auf die angegebenen weiteren Zeichen ($\neq \approx \leq \geq$) hingewiesen wird.

Unsicherheiten gibt es häufig, die richtige Richtung von $>$ und $<$ zu schreiben. Hier hilft der Hinweis, die Öffnung des *Größer-Kleiner-Zeichens* zeige in die Richtung des größeren Wertes und die Spitze in Richtung des kleineren Wertes.

In der Kindheit wurden häufig ein Krokodil, Drachen oder Fisch als Gedankenstütze benutzt. Das Krokodil/der Drachen/der Fisch wendet sich mit geöffnetem Maul in die Richtung, in der das meiste Futter liegt. Die Öffnung des Mauls sieht aus wie das Vergleichszeichen. Diese Bemerkung wird Schmunzeln hervorrufen, könnte jedoch eine Eselsbrücke sein.

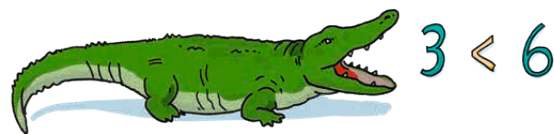


Abbildung 4.1-2 Eselsbrücken – Das Krokodil wendet sich in die Richtung, wo das meiste Futter liegt

Eine weitere häufig anzutreffende Merkhilfe sind der Größe nach geordnete Türme aus Bausteinen. Damit wird die Richtung des Vergleichszeichens vorgegeben. Die Öffnung des Zeichens entspricht dem höheren Turm, die Spitze dem niedrigeren.



Abbildung 4.1-3 Die Neigung der geordneten Bausteintürme gibt die Richtung des Vergleichszeichens vor













Die Kursleitung bittet nach dem gemeinsamen Lesen der Aufgabenstellung die Teilnehmer*innen, das **Aufgabenblatt 4.1a Vergleichszeichen** zu bearbeiten.

Dabei sollen die Teilnehmer*innen darauf achten, wie sie zu ihren Lösungen gelangen, damit dies in der Auswertung diskutiert werden kann. Das Aufgabenblatt ist in drei Abschnitte unterteilt: Zahlenvergleiche, Vergleich mathematischer Ausdrücke und Mengenvergleiche. Das Aufgabenblatt dient dazu, den Lernstand der Teilnehmer*innen zu Vergleichszeichen zu ermitteln.

In den Abbildungen 4 bis 6 sind zudem mögliche Fehlerursachen angegeben.

In der gemeinsamen Auswertung im Kursgespräch wird das Aufgabenblatt abschnittsweise besprochen. Dabei stellen die Teilnehmer*innen dar, mit welchen Überlegungen sie jeweils zu ihren Lösungen gelangt sind.

Im ersten Abschnitt des Aufgabenblattes werden Mengen verglichen.

Mengenvergleiche			Fehlerursachen
	=		ZMAV
	<		ZMAV
	>		ZMAV
	=		ZMAV
	=		ZMAV
	>		ZMAV

Z = Zeichenverständnis; M = Mengenverständnis; A = Anzahlverständnis; V = Keine Beziehung zwischen Visualisierung und Anzahl

Abbildung 4.1-4 Lösungen und Fehlerursachen, Aufgabenblatt 4.1 a – Vergleich von Mengen

Um diese Aufgaben richtig zu lösen, muss verstanden sein, dass bei Mengenvergleichen die Anzahl der Elemente betrachtet werden.

Im zweiten Abschnitt werden Zahlen verglichen.

Zahlenvergleiche			Fehlerursachen
14	<	41	Zahlendreher, ZA
3	<	5	ZA
65	>	64	ZA
9	>	8	ZA
9	=	9	ZA
100	<	1000	ZA
32	>	23	Zahlendreher, ZA

Z = Zeichenverständnis; A = Anzahlverständnis

Abbildung 4.1-5 Lösungen und Fehlerursachen, Aufgabenblatt 4.1 a-Zahlenvergleiche

Die Kursleitung kann aus der Anwendung der Vergleichszeichen und aus den Darlegungen der Teilnehmer*innen ableiten, wie bei den Teilnehmer*innen das Zeichenverständnis (Vergleichszeichen) und das Anzahlverständnis (Zahlverständnis) entwickelt ist. Entsprechend der Ergebnisse entscheidet die Kursleitung, ob es weitere Erläuterungen zu den Vergleichszeichen oder sogar zum Anzahlverständnis geben muss.

Im dritten Abschnitt werde Terme verglichen. Eine weitere Fehlerursache können *Zahlendreher* sein. Teilnehmer*innen, die Zahlendreher schreiben, haben Schwierigkeiten, zwischen Zehnern und Einern zu differenzieren. Falls das so ist, verweist die Kursleitung auf nachfolgende Unterrichtskonzepte – Kapitel 9 *Immer zehn – Das Bündelungsprinzip*.

Erst, wenn die Teilnehmer*innen Zahlenvergleiche sicher beherrschen, können mathematische Ausdrücke verglichen werden.

Vergleich mathematischer Ausdrücke			Fehlerursachen
$3 + 2$	$=$	5	ZATO
$3 + 2$	$=$	$2 + 3$	ZATO
$3 + 2$	$=$	$10 - 5$	ZATO
$1 + 7$	$>$	7	ZATO
5	$<$	$4 + 2$	ZATO
$2 + 2 + 2$	$=$	$7 - 1$	ZATO

Z = Zeichenverständnis; A = Anzahlverständnis; T = Term nicht als mathematisch sinnvoll erkannt; O = Verständnis der Rechenoperationen

Abbildung 4.1-6 Lösungen und Fehlerursachen, Aufgabenblatt 4.1 a – Vergleich mathematischer Ausdrücke

Um diese mathematischen Ausdrücke miteinander zu vergleichen, müssen die Teilnehmer*innen Zeichen- und Anzahlverständnis besitzen und die Addition und Subtraktion anwenden können.

Gegenstand des unmittelbar nachfolgenden Kursgesprächs ist es, sich vertiefend mit dem Vergleich mathematischer Ausdrücke und mit Mengenvergleichen zu beschäftigen.

Wenn Teilnehmer*innen die Aufgaben zu den Mengenvergleichen und zu den Vergleichen mathematischer Ausdrücke auf dem **Aufgabenblatt 4.1 a** noch nicht oder nur teilweise lösen konnten, wird dieses Aufgabenblatt nach der nächsten Unterrichtssequenz erneut besprochen.

4.1.3 Kursgespräch – Mengen-/Anzahlvergleiche und Vergleiche mathematischer Ausdrücke

Didaktisches Ziel

mögliche Vertiefung, wenn sich in der vorhergehenden Bearbeitung des Aufgabenblatts 4.1a noch Schwierigkeiten zeigen

Die Kursleitung zeigt die beiden nachfolgenden Abbildungen mit Hilfe eines Projektors. Die Erläuterungen zu den Begriffen illustriert die Kursleitung immer wieder an Hand der Abbildungen.



Mengenvergleich		>		
Farbvergleich	rot	/	weiß	Eigenschafts- vergleich
Grober Vergleich	mehr/viel	>	weniger/wenig	Mengenvergleich
Exakter Vergleich	28	>	10	Anzahlvergleich

Abbildung 4.1-7 Vergleich von Blüten – grober und exakter Vergleich

Mengen enthalten Elemente/Objekte, die man unterscheiden kann. In diesem Beispiel besteht die eine Menge aus roten und die andere Menge aus weißen Blüten.

Man kann die Farben der Blüten vergleichen.

Wenn man wissen will, ob von dem einen mehr/weniger als von dem anderen vorhanden sind, vergleicht man die Menge quantitativ. Sind es mehr oder weniger rote Blüten als weiße Blüten?

Man vergleicht die Mengen zuerst **grob**. Grob vergleichen heißt: Es ist entweder mehr oder weniger von der einen Menge da. Es kann aber auch sein, dass ungefähr gleich viel vorhanden ist. Wenn man grob vergleicht, kann man sich auch irren. Man weiß es genau, wenn man nachzählt. Dabei schätzt man ab oder ermittelt, ob sich die Mengen unterscheiden, zum Beispiel in der Ausdehnung oder Anordnung. In diesem Beispiel unterscheiden sich die Mengen in ihrer Ausdehnung deutlich – es sind mehr rote als weiße Blüten vorhanden. Mengen können auch **exakt** verglichen werden. Die Frage lautet: Wie viele (exakt, genau) sind es jeweils mehr oder weniger? Dafür kann man die Anzahl bestimmen. **Die Anzahl ist die Zahl, die man durch Zählen bekommt.** Jedes Element wird genau einmal gezählt. Damit kann man die beiden Mengen vergleichen. In diesem Beispiel ist 28 (rote Blüten) größer als 10 (weiße Blüten).

Man kann auch beide Mengen ordnen und jedem Element der einen Menge genau ein Element der anderen Menge zuordnen. Bleiben danach Elemente übrig, kann man an diesen abzählen, um wie viel genau sich die eine Menge von der anderen Menge unterscheidet. Damit kann man den Unterschied der beiden Mengen feststellen.

In der folgenden Abbildung wurden die roten und die weißen Blüten geordnet. Man kann genau feststellen, für welche weiße Blüte auch genau eine rote Blüte vorhanden ist – und umgekehrt. Für den Großteil der roten Blüten findet man keine weiße Blüte. Dieser Teil ist der **Unterschied** beider Mengen. In dieser Anzahl unterscheiden sich die Mengen roter und weißer Blüten.



Abbildung 4.1-8 Exakter Mengenvergleich – Ermittlung des Unterschiedes

Oftmals wird diese Art der Unterschiedsbestimmung den Teilnehmer*innen nicht vertraut sein. Sie sollten diese aber in ihr Repertoire des Mengenvergleichs aufnehmen, um abzusichern, dass ihr Begriff von mehr und weniger wirklich ein mengenhafter ist und nicht lediglich die Idee umfasst, dass mehr dort ist, wo weiter gezählt werden muss.¹

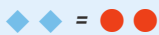
Wie viel (exakt, genau) von der einen Menge mehr oder weniger vorhanden ist, wird im nachfolgenden Kapitel Gegenstand der Betrachtungen sein.

Bei Mengenvergleichen können eckige Teile mit runden Teilen verglichen werden, hier Quadrate mit Kreisen. Der Fokus der Betrachtung von Mengen liegt in dieser Unterrichtssequenz ausschließlich auf deren jeweiliger Anzahl.

Die Kursleitung erläutert Folgendes an der Tafel:

Hier sind zwei eckige Teile und zwei runde Teile.

Die Anzahl der Elemente in beiden Mengen ist gleich, sie beträgt jeweils zwei.



$$2 = 2$$

Ebenso können die Anzahlen weißer und schwarzer Kreise oder auch die Anzahl von Birnen und Äpfeln verglichen werden. Hier ist $5 > 4$.



$$5 > 4$$

Um den mathematischen Ausdruck $3 + 2$ mit dem mathematischen Ausdruck $10 - 5$ zu vergleichen, leitet die Kursleitung die Vorgehensweise an der Tafel her und formuliert dabei Erläuterungen.²

$3 + 2$ bedeutet: Füge 3 und 2 zusammen.
Es sind insgesamt fünf.

$$3 + 2 = 5$$

$10 - 5$ bedeutet: Nimm 5 von der 10 weg.
Es bleiben fünf übrig.

$$10 - 5 = 5$$

Für den Vergleich beider mathematischen Ausdrücke kann ein Gleichheitszeichen (=) verwendet werden, da beide zu der Zahl Fünf führen.

$$10 - 5 = 3 + 2$$

$$5 = 5$$

Wenn ein Gleichheitszeichen eingesetzt werden kann, spielt es keine Rolle, auf welcher Seite der jeweilige mathematische Ausdruck steht.

$$10 - 5 = 3 + 2$$

$$3 + 2 = 10 - 5$$

4.1.4 Kursgespräch – Gleichungen und Ungleichungen

Didaktische Ziele

- Gleichheitszeichen kennen und richtig verwenden
- Strukturen von Gleichungen und Ungleichungen erkunden

Setzt man ein Gleichheitszeichen, entsteht eine Gleichung. Beide Seiten können vertauscht werden, ohne dass sich die Aussage ändert.

Das Gleichheitszeichen sagt Folgendes aus: Die Zahlen, die auf beiden Seiten stehen, sind gleich.

So auch in folgenden Beispielen, die die Kursleitung an der Tafel erläutert.

BEISPIELE

Aufgabe: Vergleichen Sie die mathematischen Ausdrücke $2 + 2 + 2$ und $7 - 1$

In diesem Beispiel führen beide mathematischen Ausdrücke zu der Anzahl 6 – zwei und zwei dazu und noch einmal zwei dazu sind zusammen sechs. Von sieben eins entnommen sind auch sechs. Damit stehen auf beiden Seiten gleiche Anzahlen/Zahlen.

$$2 + 2 + 2 = 7 - 1$$

$$7 - 1 = 2 + 2 + 2$$

$$6 = 6$$

Aufgabe: Vergleichen Sie den mathematischen Ausdruck $3 + 2$ und die Zahl 5

Beide sind gleich, im Sinne der Anzahl für die die Ausdrücke stehen.

Dass die Seiten vertauscht werden können, gilt auch für den mathematischen Ausdruck $3 + 2$ (drei und zwei dazu, es sind insgesamt fünf) und die Zahl 5. Auch hier steht fünf für beide Seiten der Gleichung.

$$3 + 2 = 5$$

$$5 = 3 + 2$$

$$5 = 5$$

RÜCKSCHAU

Das Gleichheitszeichen oder Gleich-Viel-Zeichen wird in Gleichungen als Symbol/Zeichen für Gleichheit verwendet. Das Gleichheitszeichen setzt genau eine Aussage: Die auf den beiden Seiten des Zeichens versammelten Zahlen/Anzahlen sind gleich.

Die Struktur der beiden Seiten kann sich unterscheiden, aber nicht deren Ergebnisse/Anzahl.

Die Seiten einer Gleichung sind deshalb immer vertauschbar.

Die Kursleitung erläutert die nachfolgenden Beispiele an der Tafel. Es geht dabei um Größer-Kleiner-Zeichen und um Ungleichungen. Wird eines der beiden Zeichen $>$ oder $<$ eingesetzt, entsteht eine Ungleichung.

BEISPIELE

Aufgabe: Vergleichen Sie die Zahl 5 mit dem mathematischen Ausdruck $4 + 2$

Wird die Zahl 5 mit dem mathematischen Ausdruck $4 + 2$ (vier und zwei dazu: es sind insgesamt sechs) verglichen, kann dafür das Vergleichszeichen **kleiner als** eingesetzt werden, denn fünf ist kleiner als sechs.

$$4 + 2 = 6$$

$$5 < 6$$

$$5 < 4 + 2$$

Beim Vertauschen der Seiten muss das Vergleichszeichen umgekehrt werden, denn sechs ist größer als fünf und entsprechend ist $4 + 2$ größer als die Zahl 5.

$$6 > 5$$

$$4 + 2 > 5$$

Aufgabe: Vergleichen Sie den mathematischen Ausdruck $1 + 7$ und die Zahl 7

Wird der mathematische Ausdruck $1 + 7$ (eins und sieben dazu: es sind insgesamt acht) mit der Zahl 7 verglichen, kann dafür das Vergleichszeichen **größer als** eingesetzt werden, denn acht ist größer als sieben.

$$1 + 7 = 8$$

$$8 > 7$$

$$1 + 7 > 7$$

Beim Vertauschen der Seiten muss das Vergleichszeichen umgekehrt werden, denn sieben ist kleiner als acht und entsprechend ist die Zahl 7 kleiner als $1 + 7$.

$$7 < 8$$

$$7 < 1 + 7$$

RÜCKSCHAU

Die Zeichen $<$ oder $>$ kennzeichnen, dass beide Seiten nicht gleich, also *ungleich* sind. Die eine Seite versammelt im Ergebnis eine größere Zahl/eine größere Anzahl als die andere. Eine Seite ist also entweder größer als oder kleiner als die andere. So entstehen *Ungleichungen*.

In Ungleichungen sind die Seiten nicht einfach vertauschbar. Wenn die Seiten in Ungleichungen vertauscht werden, dann muss auch das *Vergleichszeichen* umgekehrt werden.

An dieser Stelle sollte, falls es notwendig ist, erneut das **Aufgabenblatt 4.1 a** bearbeitet werden.

Ein*e Teilnehmer*in wird von der Kursleitung gebeten, an der Tafel mathematische Ausdrücke zu vergleichen, die die Teilnehmer*innen zurufen.

Die mathematischen Ausdrücke werden an der Tafel zunächst verglichen, das richtige Vergleichszeichen eingesetzt, danach die Seiten vertauscht und erneut verglichen. Es wird gemeinsam im Kursgespräch geklärt, ob die Vorgehensweise richtig war.

Die Kursleitung entscheidet je nach Lernstand der Teilnehmer*innen, wie viele Aufgaben gelöst werden.

BEISPIELE

Aufgabe: Vergleich von $5 + 4$ und $9 - 3$

Lösung: $5 + 4 > 9 - 3$

Begründung: $9 > 6$

Tausch der Seiten: $9 - 3 < 5 + 4$

Begründung: $6 < 9$

Zusammenfassung: Bei Ungleichungen kehren sich die Vergleichszeichen beim Tausch der Seiten um.

Aufgabe: Vergleich von $10 - 3$ und $2 + 5$

Lösung: $10 - 3 = 2 + 5$

Begründung: $7 = 7$

Tausch der Seiten: $2 + 5 = 10 - 3$

Begründung: $7 = 7$

Zusammenfassung: Die Seiten einer Gleichung können vertauscht werden.

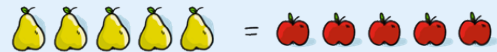


4.1.5 Kursgespräch – Ungleichung in Gleichung umwandeln

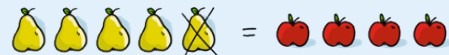
Didaktisches Ziel

Gleichungen und Ungleichungen unterscheiden und Ungleichungen ausgleichen

Interessant ist jetzt folgendes Gedanken-spiel. Was müsste verändert werden, damit beim Vergleich beider Seiten ein Gleichheitszeichen geschrieben werden könnte – damit also eine Ungleichung zu einer Gleichung wird? Anders gefragt: Was könnte man machen, damit auf beiden Seiten gleich viele liegen?



Es werden gleich viele Elemente, wenn ein Apfel dazukommt. Dafür kann man $4 + 1$ schreiben: zu vier Äpfeln kommt ein Apfel dazu. Jetzt sind es fünf Äpfel und fünf Birnen. Also gleich viele. Die Anzahl der Elemente ist gleich groß.



Nimmt man eine Birne weg, dann ist es eine weniger als fünf, also $5 - 1$, dann sind es vier Birnen und vier Äpfel. Ebenfalls gleich viele.

Die Kursleitung entwickelt ein Tafelbild und erläutert die Vorgehensweise.

Vergleicht man die Menge von fünf Birnen mit der Menge von vier Äpfeln,



enthält die Birnenmenge mehr Elemente als die Apfelmenge. Fünf Birnen sind mehr Elemente als vier Äpfel. Wenn man die jeweilige Anzahl der Elemente bestimmt, kann man dafür schreiben: $5 > 4$.

Mengenvergleich	Rechenoperation	Anzahlvergleich
		$5 > 4$
	$5 = 4 + 1$	$5 = 5$
	$5 - 1 = 4$	$4 = 4$

Abbildung 4.1-9 Vergleich von Birnen und Äpfeln – Mengenvergleich, Rechenoperation und Anzahlvergleich

Die Kursleitung bespricht mit den Teilnehmer*innen weitere Beispiele. Im Kursgespräch werden die Fragen beantwortet. Zum Beispiel:

Vergleichen Sie sieben Kreise mit zehn Quadraten.

Welches Vergleichszeichen setzen Sie, wenn man die Anzahlen der Elemente vergleichen will?

Wie können Sie jeweils die einzelnen Mengen verändern, damit man ein Gleichheitszeichen einsetzen kann?

Schreiben Sie dafür die passenden Additions- und Subtraktionsaufgaben auf.

Vergleichen Sie 3 mit $2 + 2$



RÜCKSCHAU

In der Mathematik können *Mengen*, *Anzahlen* oder *mathematische Ausdrücke (Terme)* verglichen werden.

Um zwei Mengen *exakt* zu vergleichen, kann zum einen die jeweilige Anzahl der Elemente bestimmt werden, um damit direkt die entsprechenden Zahlen zu vergleichen.

Zum anderen kann zunächst ermittelt werden, worin sich die Mengen gleichen – jedem Element der einen Menge wird genau ein Element der anderen Menge zugeordnet. Die Anzahl der Elemente, die nicht zuzuordnen sind, entspricht dem *exakten Unterschied*. Ist kein Unterschied vorhanden, sind die Mengen gleich. Die Menge, die aus mehr Elementen besteht, ist die größere Menge. Entsprechend ist die Menge, die aus weniger Elementen besteht, die kleinere.

Um mathematische Ausdrücke miteinander zu vergleichen, muss ermittelt werden, für welche Zahl/Anzahl diese mathematischen Ausdrücke stehen. Entsprechend werden die Zahlen verglichen. Es wird zwischen *Ungleichungen* und Gleichungen differenziert.

Die Vergleichszeichen, die dafür als mathematische Symbole verwendet werden, sind:

$>$ (größer als), $<$ (kleiner als) für Ungleichungen und $=$ (gleich) für Gleichungen.

Ungleichungen in Gleichungen umzuwandeln heißt mathematisch das auszugleichen, worin sich beide Seiten unterscheiden.

Mit Hilfe von mathematischen Symbolen (hier $>$, $<$, $=$) sowie Zahlen oder mathematischen Ausdrücken werden mathematische Aussagen formuliert.

Mögliche Fragen:

Welches Vergleichszeichen setzen Sie, wenn Sie beide Seiten vergleichen?

Warum ist das so?

Wenn Sie beide Seiten vertauschen, wie verändert sich das Vergleichszeichen?

Wie können Sie eine Seite verändern, damit man ein Gleichheitszeichen einsetzen kann?

Können Sie auch die andere Seite verändern, damit man ein Gleichheitszeichen einsetzen kann?