

Inhaltsverzeichnis

17 TEILE, BRÜCHE UND PROZENTSÄTZE (Dagmar Grütte und Cornelia Weilke unter Mitarbeit von Wolfram Meyerhöfer)	
I Was soll in diesem Themenbereich verstanden bzw. routinisiert werden?	2
II Welche Verständnisschwierigkeiten treten typischerweise auf?	3
III An welche Themenbereiche knüpft dieses Unterrichtskonzept direkt an?	3
IV Wo finden sich didaktische Erläuterungen?	4
V Welche Materialien werden benötigt?	4
17.1 Teile (Dagmar Grütte unter Mitarbeit von Wolfram Meyerhöfer)	5
17.1.1 Vortrag – Teile von Zahlen	5
17.1.2 Kursgespräch und Aufgabenblätter – Teile von 30 und von 100	10
17.1.3 Vortrag – Ausblick	14
17.2 Brüche (in Bearbeitung)	
17.3 Dezimalzahlen (in Bearbeitung)	
17.4 Prozentsätze (Dagmar Grütte unter Mitarbeit von Wolfram Meyerhöfer)	15
17.4.1 Vortrag und Aufgabenblatt – Vom Hundertstel zu Prozentsätzen	15
17.4.2 Spiel – Prozentsätze-Mau-Mau	20
17.4.3 Vortrag und Aufgabenblatt – Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz	21
17.5 Prozepte im Alltag (Cornelia Weilke unter Mitarbeit von Wolfram Meyerhöfer)	32
17.5.1 Kursgespräch – Von der Theorie zur Praxis	33
17.5.2 Mathekonferenz und Kursgespräch – Prozentwert bestimmen	34
17.5.3 Vortrag – Verallgemeinerung und Transfer	45
17.5.4 Mathekonferenz und Kursgespräch – Prozentsatz bestimmen	48
17.5.5 Vortrag – Die Summe aller Teile ist das Ganze	53
17.5.6 Mathekonferenz und Kursgespräch – Grundwert für bequeme Prozentsätze	55
17.5.7 Vortrag und Kursgespräch – Formel zur Bestimmung des Grundwertes	60
17.5.8 Mathekonferenz – Grundwert für nicht bequeme Prozentsätze bestimmen	62
17.5.9 Vortrag – Vermehrte und verminderte Grundwerte	64
17.5.10 Mathekonferenz – Den vermehrten Grundwert bestimmen	65
17.5.11 Mathekonferenz – Den verminderten Grundwert bestimmen	68
17.5.12 Mathekonferenz – Prozentsatz bei vermehrtem Grundwert bestimmen	71

17 TEILE, BRÜCHE UND PROZENTSÄTZE

(Dagmar Grütte und Cornelia Weilke unter Mitarbeit von Wolfram Meyerhöfer)

I Was soll in diesem Themenbereich verstanden bzw. routinisiert werden?

Für dieses Kapitel passt der Untertitel *Auf zur Prozentrechnung*. Es gibt einige Meilensteine, die die Teilnehmer/-innen meistern sollten, um mit Prozenten rechnerisch sicher und verständlich umgehen zu können. Dazu gehört vor allem, sich zu erschließen, worum es bei Prozentrechnungen geht. Als Meilensteine auf dem Weg zu einem solchen Verständnis können die Themen Teile, Brüche, Dezimalbrüche, Prozentsätze und deren Zusammenhänge angesehen werden.

Diese Themen bilden Schwerpunkte der ersten Unterkapitel. Allen drei Themen gemeinsam ist, dass Teile von einem Ganzen ermittelt werden oder umgekehrt von den Teilen auf das Ganze geschlossen wird. Der spezifische Charakter der Bruchzahlen sowie das Bruchrechnen werden in diesem Kapitel nicht eingeführt. Hier werden Bruchzahlen nur insoweit in den Blick genommen, wie es zur Erarbeitung eines Verständnisses der Prozentrechnung angemessen erscheint.

Teile einer Menge, einer Zahl oder einer Größe (Maßeinheit) können durch Summen oder durch Quotienten, Bruchzahlen oder Prozentsätze ausgedrückt bzw. dargestellt werden. Diese Größen sind ineinander umwandelbar. Den Teilnehmern und Teilnehmerinnen soll klar werden, dass diese nur jeweils anders ausgedrückt werden.

Beispiel für „die Hälfte von 30“:

- als Division durch 2: $30 : 2 = 15$
- als gleich große Zerlegung: $30 = 15 + 15$ oder $30 - 15 = 15$
- als Bruch: $\frac{1}{2} \cdot 30 = \frac{30}{2} = \frac{15}{1} = 15$ oder $0,5 \cdot 30 = 15$
- oder in Prozent: 50 % von 30 sind 15

In der Prozentrechnung werden rechnerische Bezüge von Teilen zu einem Ganzen oder umgekehrt von einem Ganzen zu seinen Teilen hergestellt. Dabei wird in Prozent ausgedrückt, in welchem Verhältnis ein Teil zum Ganzen, das 100 Prozent entspricht, steht. Das ist der sogenannte Prozentsatz. Das Ganze und die Teile werden auf 100 bezogen. Daher stammt auch die italienische bzw. lateinische Bedeutung des Wortes Prozent: von Hundert oder Hundertstel.

Prozentangaben begegnen den Teilnehmern und Teilnehmerinnen häufig in ihrem Alltag. Prozente werden in Diagrammen oder Zeitungsartikeln verwendet. Wenn beispielsweise die Bevölkerung einer Stadt wächst oder auch abnimmt, wenn Kosten steigen oder sinken, wird das in Prozenten angegeben. Bankgeschäfte werden über Zinsen abgewickelt, deren Geldwerte über Prozente ermittelt werden.

Wenn es den Teilnehmern und Teilnehmerinnen gelingt, Bezüge zwischen Teilen, Brüchen und Prozentsätzen herzustellen, erweitert sich ihr Zahlverständnis immens. Der Zahlbereich der natürlichen Zahlen wird um den Zahlbereich der gebrochenen Zahlen erweitert. Es erschließen sich Kommazahlen und einfache Rechenwege.

Beispiel für „25 % von 2.000 Euro“:

- 2.000 Euro mit 0,25 bzw. 25/100 multiplizieren
- 2.000 Euro durch vier teilen

Beispiel für „Zehn Prozent von 3.456“:

- durch zehn teilen

Um Prozente zu berechnen, haben sich zwei Grundverfahren etabliert:

1. Die Anwendung von Zuordnungen und des damit verbundenen sogenannten Dreisatzes.
2. Über den Zusammenhang $\text{Grundwert} \cdot \text{Prozentsatz} = \text{Prozentwert}$.
(Der Wert des Prozentsatzes wird als Hundertstel angegeben oder mit dem Prozentzeichen versehen.)

Beide Verfahren werden erläutert sowie deren Vor- und Nachteile abgewogen. Mithilfe vielfältiger Beispielaufgaben aus dem Alltag lernen die Teilnehmer/-innen, Routine zu entwickeln, um Prozentrechnungen durchzuführen.

II Welche Verständnisschwierigkeiten treten typischerweise auf?

- Sich die Zusammenhänge zwischen den oben genannten Meilensteinen – Teile, Brüche und Prozentsätze – zu erschließen, stellt eine große Herausforderung an das Abstraktionsvermögen der Teilnehmer/-innen dar.
- Prozentrechnungen können über Formeln durchgeführt werden. Die Fehlerquote steigt dabei aber, sobald die Aufgabenstellung von den gewohnten Routinen abweicht. Um Formeln richtig anwenden zu können, muss identifiziert werden, welche Zahlen zu welchen Symbolen/Formelbestandteilen gehören, und es muss der Sachverhalt mit seinen rechnerischen Zusammenhängen analysiert werden. Aus einer Sachsituation zu ermitteln, was das Ganze und was die Teile sind, scheint im Vergleich zum Arbeiten mit Formeln der erfolgversprechendere Weg zu sein.
- Die Rechenoperationen Multiplikation und Division sind wesentliche Grundlagen für das Verständnis rechnerischer Zusammenhänge der Prozentrechnung.
- Eine weitere Herausforderung besteht darin, zu erkennen, für welche Werte welche Zahlen in Dezimalzahlen (Zahlen in der Kommaschreibweise) stehen. Es ist zum Beispiel irritierend, dass die erste Zahl nach dem Komma für Zehntel steht, die Zweite für Hundertstel, dass dabei aber die Zehntel einen größeren Wert als die Hundertstel haben. Eigentlich ist zehn doch viel weniger als hundert. Warum verhält sich das bei Bruchzahlen genau entgegengesetzt? Zehntel sind größer als Hundertstel.
- Ein weit verbreitetes Missverständnis ist es auch, das Komma als eine Art Trennzeichen zwischen zwei natürlichen Zahlen anzusehen. Man glaubt dann, dass 0,7 kleiner sei als 0,18, weil ja $7 < 18$ ist.
- Oftmals trifft man auch auf die Vorstellung, dass das Komma ein Symmetriezeichen ist. Hier besteht der Glaube, dass rechts vom Komma „Eintel“ stehen, rechts davon Zehntel und rechts davon Hundertstel. Mit $35\% = 35 \text{ Hundertstel}$ entsteht der Fehlschluss, dass $35\% = 0,035$ ist. Wenn mit dieser Fehlannahme weitergerechnet wird, entstehen Resultate, die um den Faktor Zehn falsch sind.

Um Aufgaben der Prozentrechnung zu lösen bzw. die ermittelten Werte zu interpretieren, sehen Teilnehmer/-innen häufig eine hohe Barriere vor sich. Neben dem rechnerischen Erarbeiten der Zusammenhänge gilt es, diesen Lern- und Verstehensprozess psychologisch einfühlsam und motivierend zu begleiten. Im Selbstkonzept einiger Teilnehmer/-innen ist manifestiert, dass sie die Prozentrechnung niemals verstehen werden.

III An welche Themenbereiche knüpft dieses Unterrichtskonzept direkt an?

- Meyerhöfer, Wolfram; Guther, Alina; Grütte, Dagmar; Weilke, Cornelia (2017): DVV-Rahmencurriculum Rechnen: Praxismaterial. Erarbeitet im Auftrag des Deutschen Volkshochschul-Verbandes e. V. Bonn.
 - > Kapitel 2 – Kardinaler Zahlbegriff
 - > Kapitel 5 – Zahlzerlegungen
 - > Kapitel 9 – Zahlbereich der natürlichen Zahlen und Stellenwertsysteme
 - > Kapitel 13 – Rechenoperation Multiplikation und Division

DIDAKTISCHE EINFÜHRUNG

IV Wo finden sich didaktische Erläuterungen?

- Meyerhöfer, Wolfram; Hartmann, Christian; Jahnke, Thomas; Wollring, Bernd (2017): DW-Rahmen-curriculum Rechnen. Erarbeitet im Auftrag des Deutschen Volkshochschul-Verbandes e. V. Bonn.
 - > Stufe 2 – Division, S. 110 ff.
 - > Stufe 3 – Ziele und Prinzipien, S. 125 ff.
 - > Stufe 3 – Mathematik fürs Leben, S. 135 ff.

www.grundbildung.de/unterricht

V Welche Materialien werden benötigt?

Laptop mit PowerPoint und Beamer