



## 17.1 Anteile

### EXPLORATION

Man verwendet Anteile, um relative Beziehungen zwischen Teilen von Mengen und diesen Mengen selbst auf eine bestimmte Weise auszudrücken. Aus den beiden Eigenschaften, dass Anteile zum einen konstant bleiben, wenn sich die Mächtigkeiten von Teilmenge und Gesamtmenge auf gleiche Weise vervielfachen, und dass sie sich zum anderen bei gleichbleibender Gesamtmenge in gleicher Weise vervielfachen wie die Mächtigkeit der Teilmenge, ließe sich eine mengentheoretische Fundierung des Anteilsbegriffs herleiten, der aber schnell sehr abstrakt bleibt. Naheliegender scheint hier eine Erschließung über Beispiele. So lässt sich die Frage, ob Frauen in bestimmten Berufen und Positionen ebenso oft wie Männer vertreten sind, anhand der statistischen Angaben zu den Anteilen von Frauen in solchen Berufen und Positionen diskutieren. Selbst bei gleichen Anteilen in unterschiedlichen Berufen stecken dahinter immer andere Anzahlen von Berufstätigen. Anteile abstrahieren von diesen absoluten Zahlen und erlauben gerade dadurch einen schnellen Vergleich. Da sie mit Brüchen, Dezimalzahlen und Prozentangaben sehr unterschiedlich dargestellt werden können, sind Anteile trotz eines klar erkennbaren Lebensweltbezugs ein komplexes Thema im mathematischen Lehrgang.<sup>1</sup>

### 17.1.1 Kursgespräch und Kopier- vorlage – Aktivierung intuitiver Vorstellungen von (relativen) Anteilen

#### Didaktische Ziele

- Anteile im Vergleich zu unterschiedlichen Ganzen anhand von alltagspraktischen Beispielen erkunden
- Möglichkeiten kennenlernen, Anteile auf verschiedene Arten zu benennen und darzustellen

### EXPLORATION

Die Kursleitung stellt Bezüge zu intuitiven Vorstellungen der Teilnehmer\*innen zu Anteilen her.

So kann ein Teil einer Menge oder Zahl mit der gesamten Menge oder Zahl verglichen werden. Diese ermittelten Anteile lassen sich auf unterschiedliche Art und Weise darstellen bzw. benennen.

### DURCHFÜHRUNG UND DIDAKTISCHE HINWEISE

Die Kursleitung beginnt den Unterricht mit einem einführenden Beispiel:

### EINFÜHRENDES BEISPIEL

Ein Fitnessstudio bietet zwei Yoga-Kurse an. Im Yoga-Kurs für Anfänger\*innen sind 20 Personen, darunter 7 Männer.

Im Yoga-Kurs für Fortgeschrittene machen nur 10 Personen mit, darunter 4 Männer.  
In welchem Kurs sind mehr Männer?

Dies lässt sich sehr leicht beantworten. Im Kurs der Anfänger\*innen sind es 7 Männer, in jenem der Fortgeschrittenen 4. Also sind bei den Anfänger\*innen mehr Männer, da 7 größer als 4 ist.

Wenn man aber fragt, in welchem Kurs der Männeranteil größer ist, so muss man anders vorgehen.

Dabei berücksichtigen wir nicht nur die Anzahl der Männer, sondern auch, dass unterschiedlich viele Personen die beiden Kurse besuchen.

Es genügt also nicht mehr, nur die absoluten Zahlen ( $7 > 4$ ) zu vergleichen, sondern man muss diese in Relation zur Gesamtmenge sehen.

Man ermittelt also den relativen Anteil der Männer an allen Kursteilnehmer\*innen.

Bei den Anfänger\*innen sind also 7 von 20 Personen männlich und bei den Fortgeschrittenen sind es 4 von 10.

Aber wo ist der Männeranteil nun größer, bei den Anfänger\*innen oder den Fortgeschrittenen?

Im Kurs für Anfänger\*innen sind doppelt so viele Personen anwesend wie bei den Fortgeschrittenen, nämlich  $2 \cdot 10 = 20$ . Stellen wir uns vor, der Anteil der Männer ist bei beiden Kursen gleich groß. Dann müssten bei den Anfänger\*innen auch doppelt so viele Männer im Kurs anwesend sein, wie bei den Fortgeschrittenen, also  $2 \cdot 4 = 8$ . Es sind aber nur 7 Männer und nicht 8 bei den Anfänger\*innen. Daher ist der Männeranteil bei den Anfänger\*innen kleiner als bei den Fortgeschrittenen.

Kurs für Anfänger\*innen: 7 von 20 männlich

Kurs für Fortgeschrittene: 4 von 10 (entspricht 8 von 20) männlich

Kurs für Anfänger\*innen:



Kurs für Fortgeschrittene:



In einem nächsten Schritt wollen wir uns näher mit diesen Anteilen beschäftigen. Außerdem geht es um die Möglichkeiten diese darzustellen.

### BEISPIEL

Wie bereits erwähnt, verwendet man Anteile, um Teile im Vergleich zu ihrem Ganzen zu betrachten.

Wenn man Mengen oder Zahlen betrachtet, kann man auch Teile dieser Mengen mit bestimmten Eigenschaften betrachten. Diese Teile kann man in absoluten Zahlen angeben. Wenn man jedoch den Teil mit dem Ganzen vergleichen möchte, so gibt man den entsprechenden Anteil (am Ganzen) an. Für den Anteil ist es am Ende jedoch unwichtig, wie groß das Ganze war.

Ein Beispiel:

Wir haben eine Menge mit 8 Kugeln. 4 von diesen 8 Kugeln sind blau.



Wie viele der Kugeln sind blau? Die Antwort ist 4 Kugeln.

Man kann sich auch fragen, welcher Anteil der Kugeln blau ist, egal wie viele Kugeln es insgesamt sind.

Der Anteil der blauen Kugeln an allen ist dann nicht 4, sondern 4 von 8.

Wie könnte man den Anteil noch angeben?

Mögliche Antworten wären:

die Hälfte,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{4}{8}$ , 50 %, 0,5.

Es geht somit nicht um den absoluten Teil, sondern um den relativen Anteil, also den Anteil am Ganzen, was in diesem Beispiel die Hälfte wäre.

Hätten wir 10 Kugeln von denen 5 blau sind, so ist der Anteil der blauen Kugeln ebenfalls die Hälfte oder 50 %, oder 0,5 oder  $\frac{5}{10}$ . Der Anteil der blauen Kugeln am Ganzen wäre somit der gleiche, egal wie viele Kugeln es sind.

KOPIERVORLAGE 1

Die Kursleitung erarbeitet nun gemeinsam mit den Teilnehmer\*innen unterschiedliche Bezeichnungen für die bildlich dargestellten Anteile. Dazu teilt sie jeder Person die **Kopiervorlage 1** aus.

Bei diesen Aufgaben soll das Vorwissen der Teilnehmer\*innen aktiviert werden.

Die Kopiervorlage kann folgendermaßen eingeleitet werden:

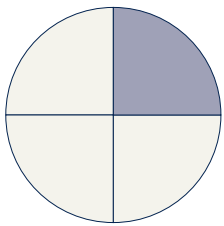

*Wir haben hier bildliche Abbildungen, bei denen immer ein Teil blau ist.  
Welchen Anteil am Ganzen macht der blaue Teil aus?*

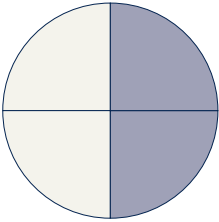


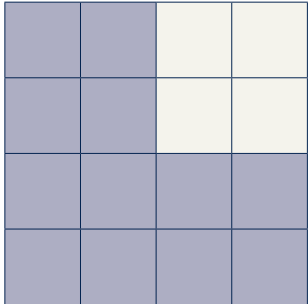
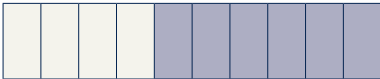
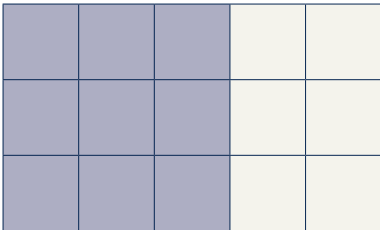
Folgende Fragen können hilfreich sein, um den Teilnehmer\*innen zu helfen den Anteil zu benennen:

*Welcher Anteil ist blau?  
Wie könnte man diesen Anteil nennen?  
Gibt es weitere Bezeichnungen für diesen Anteil?  
Helfen die Abbildungen vorher dabei, den gesuchten Anteil zu benennen?*

Die Beispiele werden der Reihe nach gemeinsam mit den Teilnehmer\*innen besprochen. Richtige Nennungen sollen notiert werden. Gegebenenfalls kann die Kursleitung weitere Bezeichnungen ergänzen, sollten die Antworten von den Teilnehmer\*innen nur spärlich ausfallen.

In der Tabelle sind in der rechten Spalte mögliche Antworten notiert.

Bsp.		Wie kann man den blauen Anteil benennen?
1		<p>25 %                      <math>\frac{1}{4}</math></p> <p>ein Viertel              0,25</p> <p>1 von 4                   <math>\frac{2}{8}</math></p>
2		<p>2 von 5                      <math>\frac{2}{5}</math></p> <p>40 %                        <math>\frac{4}{10}</math></p> <p>0,4</p>

3		<p>die Hälfte</p> <p>2 von 4</p> <p>1 von 2</p> <p>50%</p>	<p><math>\frac{1}{2}</math></p> <p><math>\frac{2}{4}</math></p> <p>0,5</p>
4		<p>1 von 3</p> <p>33,33... %</p>	<p><math>\frac{1}{3}</math></p> <p><math>\frac{2}{6}</math></p> <p>0,3333...</p>
5		<p>Die Hälfte</p> <p>4 von 8</p> <p>50%</p>	<p><math>\frac{1}{2}</math></p> <p><math>\frac{4}{8}</math></p> <p>0,5</p>
6		<p>12 von 16</p> <p>Drei Viertel</p> <p>75%</p>	<p><math>\frac{12}{16}</math></p> <p><math>\frac{3}{4}</math></p> <p>0,75</p>
7		<p>6 von 10</p> <p>60%</p>	<p><math>\frac{6}{10}</math></p> <p>0,6</p>
8		<p>9 von 15</p> <p>60%</p>	<p><math>\frac{9}{15}</math></p> <p>0,6</p>

Bei der Benennung der Anteile mithilfe von Brüchen, kann darauf hingewiesen werden, dass oberhalb des Bruchstriches die Anzahl der Teile mit entsprechender Eigenschaft steht und unterhalb des Bruchstriches die Gesamtzahl der Teile, wobei die Teile jeweils gleich groß sein müssen.

Gegebenenfalls kann man die Übung auch in umgekehrter Richtung machen, indem man Anteile in Prozent-, Bruchdarstellung etc. angibt und diese von den Teilnehmer\*innen bildlich darstellen lässt.

Auf die konkreten, unterschiedlichen symbolischen Darstellungsmöglichkeiten wird auch im Unterkapitel 17.4 *Prozentsätze* näher eingegangen.

#### **Lernziele zu Kopiervorlage 1**

Es ist nicht so entscheidend, dass alle möglichen Antworten genannt werden, sondern eher, dass die Teilnehmer\*innen erkennen, dass es unterschiedliche Möglichkeiten gibt, die Anteile am Ganzen zu benennen und dass gleiche Anteile unterschiedlich bildlich dargestellt werden können. Es ist jedoch darauf zu achten, dass nicht absolute Anteile, sondern relative/prozentuelle Anteile genannt werden.

### **17.1.2 Kursgespräch – (relative) Anteile zum Vergleich von Teilen von Mengen mit unterschiedlichen Grundgesamtheiten**

#### **Didaktisches Ziel**

Teile von Mengen unterschiedlicher Gesamtheiten mithilfe bildlicher Darstellungen miteinander vergleichen

#### **EXPLORATION**

Die Kursleitung stellt die Bedeutung relativer Anteile für den Vergleich von Teilen von Mengen mit unterschiedlichen Grundgesamtheiten nochmals heraus.

Relative Anteile sind wichtig, um Teile von Mengen mit unterschiedlichen Grundgesamtheiten miteinander vergleichen zu können.

#### **DURCHFÜHRUNG UND DIDAKTISCHE HINWEISE**

Die Kursleitung beginnt den Unterricht mit einem Beispiel:

### BEISPIEL

Zwei Busse bringen nach einem Fußballspiel im Stadion die Besucher\*innen nach Hause.

Bus A fährt in den Norden der Stadt, Bus B in den Süden.

Im Bus A sind 30 der 40 Sitzplätze besetzt. Im Bus B sind 40 von 50 Sitzplätzen belegt.

Welcher Bus ist voller?

Man könnte sagen, dass 40 mehr sind als 30. Dies ist für einen Vergleich, welcher Bus voller ist, aber nicht hilfreich. Die Busse haben nämlich unterschiedlich viele Sitzplätze.

Man muss also die besetzten Sitze im Vergleich zu allen Sitzen eines Busses betrachten, also den Anteil der besetzten Sitze.

Im Bus A sind also 30 von 40 Sitzen besetzt.

Im Bus B sind 40 von 50 Sitzen besetzt.

Um die Anteile wirklich gut miteinander vergleichen zu können, müssen wir den jeweiligen Anteil entsprechend darstellen bzw. ausdrücken.

Wie bereits erwähnt eignen sich dafür zum Beispiel bildliche Darstellungen. Man kann auch Brüche verwenden, oder auch Dezimalzahlen oder Prozente. Mit diesen Themen wollen wir uns in den folgenden Unterkapiteln näher beschäftigen.

Wir können in der bildlichen Darstellung erkennen, dass

in Bus A  $\frac{3}{4}$  der Plätze besetzt sind, also 75 %.

In Bus B hingegen ist der Anteil größer. Es sind  $\frac{4}{5}$  oder 80 % der Plätze besetzt.



Also ist Bus B voller, da 80 % der Plätze belegt sind. In Bus A hingegen sind es nur 75 %.

Mittels relativer Anteile kann man somit die Busse vergleichen, obwohl sie eine unterschiedliche Anzahl an Sitzplätzen haben. Es ist auch egal, wie viele Sitzplätze es in den Bussen gibt, um zu ermitteln welcher voller ist.