



4.2 Der Unterschied

EXPLORATION

Mehr, weniger oder gleich viele sind wesentliche Begriffe, wenn die Anzahlen der Elemente einer Menge verglichen werden sollen und sind ebenso wichtige Begriffe beim Vergleich von Zahlen.

Um Zahlen zu verstehen, sind Zahlen mit ihren Beziehungen und Vergleichen zueinander zu denken: Drei ist weniger als vier, aber mehr als zwei. Vier ist genau einer/eins mehr als drei. Fünf hingegen ist zwei mehr als drei. Wobei drei deswegen genau zwei weniger ist als fünf. Zwei und drei zusammen sind gleich viel wie fünf.

Mit diesem Wissen über Zahlbeziehungen kann ein grundlegendes Zahlverständnis entwickelt werden.

4.2.1 Gruppenarbeit, Aufgabenblatt 4.2a und Kursgespräch – Anzahlvergleiche

Didaktische Ziele

- Formulierungsvarianten für Anzahlvergleiche kennen und anwenden
- Vergleichsbegriffe richtig benutzen und Begründungen geben

Wozu immer wieder Formulierungen?


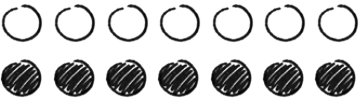
Diese Frage wird immer wieder gestellt und oft beklagen sich Teilnehmer*innen darüber. Denn eigentlich wollen sie doch rechnen lernen.

Dass aber Sprache, Formulierungen, Verständnis von Begriffen und Begründungen eine Voraussetzung für verständiges Rechnen sind, wird oft erst später erkannt.

AUFGABENBLATT 4.2a

Im **Aufgabenblatt 4.2a** *Der Unterschied* geht es darum, rechnerische Sachverhalte zu beschreiben und zu begründen.

Die Kursleitung bittet die Teilnehmer*innen, sich in kleinen Gruppen (zwei bis drei Personen) zusammenzufinden und gemeinsam die Fragen, die auf dem Aufgabenblatt formuliert sind, zu beantworten. Die Kursleitung weist die Teilnehmer*innen nach dem gemeinsamen Lesen der Aufgabenstellung darauf hin, dass in dieser Unterrichtssequenz der Schwerpunkt darauf liegt, abgebildete Sachverhalte sprachlich auszudrücken. Deshalb sollen neben den Antworten auch Begründungen formuliert werden.

	Fragen	Antworten
1	 <p>Sind es mehr weiße oder mehr schwarze Kreise?</p>	<p>Es sind mehr schwarze Kreise als weiße.</p> <p>A: Die Anzahl der Kreise kann jeweils durch Zählen ermittelt werden: 7 weiße/8 schwarze. $8 > 7$: also mehr schwarze.</p> <p>B: Indem jedem weißen ein schwarzer Kreis (z. B. durch Verbinden mit einem Strich) zugeordnet wird, bleibt noch ein schwarzer Kreis übrig, d. h. es sind mehr schwarze.</p>
2	 <p>Wie viel schwarze Kreise sind es mehr als weiße Kreise?</p>	<p>Es sind keine schwarzen Kreise mehr als weiße. Es sind gleich viele Kreise weiß und schwarz.</p> <p>A: zählend – 7 weiße/7 schwarze. $7 = 7$, also keiner mehr.</p> <p>B: zuordnend – Es bleibt kein Kreis übrig, also sind es gleich viele.</p>

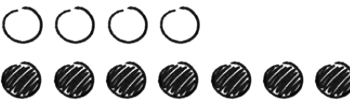
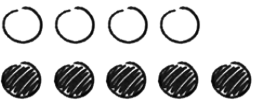
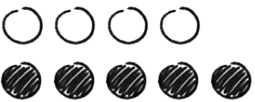


3	 <p>Wie viel weiße Kreise sind es weniger als schwarze?</p>	<p>Es sind drei weiße Kreise weniger als schwarze.</p> <p>A: zählend – 4 weiße/7 schwarze. Vier ist drei weniger als sieben.</p> <p>B: zuordnend – Es sind drei schwarze mehr, also sind es drei weiße weniger.</p>
4	 <p>Um wie viele sind die schwarzen Kreise mehr als die weißen?</p>	<p>Die schwarzen sind um einen/eins mehr als die weißen.</p> <p>A: zählend – 4 weiße/5 schwarze. Fünf sind um einen/eins mehr als vier.</p> <p>B: zuordnend – es ist ein schwarzer mehr, also um einen/eins mehr.</p>
5	 <p>Um wie viele sind die weißen Kreise weniger als die schwarzen?</p>	<p>Das ist das gleiche Bild wie bei Aufgabe 4. Die weißen sind um einen/eins weniger als die schwarzen.</p> <p>Musste hier erneut gelöst werden oder wurde erkannt, dass die Bilder mit Aufgabe 4 identisch sind?</p> <p>Wieso wird hier „um wie viel“ gefragt? Könnte auch „wie viel“ gefragt werden?</p>
6	 <p>Um welche Anzahl unterscheiden sich beide Reihen?</p>	<p>Die beiden Reihen unterscheiden sich um drei.</p> <p>Lösung aus der Anschauung oder zählend?</p>
7	 <p>Wie groß ist der Unterschied zwischen den beiden Reihen?</p>	<p>Der Unterschied zwischen den beiden Reihen beträgt vier.</p> <p>Lösung aus der Anschauung oder zählend?</p>

Abbildung 4.2-1 Formulierungsvarianten im Kursgespräch, Aufgabenblatt 4.2a

Im Kursgespräch stellt jeweils ein Team die gefundenen Antworten der Aufgaben 1 bis 7 vor. Die Kursleitung stellt nach jeder Aufgabe verschiedene Formulierungen zur Diskussion. Gemeinsam werden diese Antworten mit den Antworten der Teilnehmer*innen

verglichen und entschieden, welche Formulierungen den Sachverhalt einleuchtender wiedergeben. Ab der Aufgabe 5 sind zusätzliche Fragen für das Kursgespräch angegeben.

4.2.2 Aufgabenblatt 4.2b und Kursgespräch – Unterschied

Didaktische Ziele

- Mengenvergleiche anstellen und Unterschiede exakt bestimmen
- Vorgehensweisen beschreiben und Begründungen formulieren

In dieser Unterrichtssequenz geht es darum, den Unterschied zwischen Anzahlen zu bestimmen.

Im Kapitel 4.1 *Vergleich* wurden die Mengen roter Blüten und weißer Blüten verglichen. Um zu ermitteln, wodurch sich beide Mengen unterscheiden, wurden die Mengen geordnet. Jeder weißen Blüte wurde eine rote Blüte zugeordnet. Beide Mengen unterscheiden sich durch die roten Blüten, denen keine weißen zugeordnet werden konnten (*siehe Abbildung 4.1-8*).

Eine andere Möglichkeit wurde ebenso besprochen: Von beiden Mengen können die Anzahlen der

Elemente zählend bestimmt werden. Danach werden die Zahlen verglichen.

Das *Aufgabenblatt 4.2a Sind es gleich viele?* greift dieses Thema erneut auf. Am Ende dieser Unterrichtseinheit sollen die Teilnehmer*innen in der Lage sein, den Unterschied exakt zu bestimmen und vor allem auch sprachlich zu beschreiben.

Die Kursleitung bespricht schrittweise gemeinsam mit den Teilnehmer*innen die Vorgehensweise zur Lösung der Aufgaben. Die Teilnehmer*innen werden aufgefordert, sich die Lösungen auf dem Aufgabenblatt zu notieren.

Belebend für das Kursgespräch ist es, beispielhaft einzelne Anordnungen an die Tafel zu übertragen und dabei nach Begründungen zu suchen, warum eine zählende oder eine zuordnende Lösung effektiver ist.

Meist ist die zuordnende Lösung schneller und es ist gar nicht notwendig zu zählen. Bereits aus der Abbildung kann erkannt werden (mit den Augen Element für Element zugeordnet), wie viele es mehr oder weniger sind.³

Bei einigen Aufgaben kann direkt aus der Anschauung ermittelt werden, dass beide Mengen die gleiche Anzahl von Elementen enthalten.

*Bei einer zuordnenden Lösung spricht man von einer **Eins-zu-Eins-Zuordnung**:*

Gleich viel ist es dann, wenn man jedem Element der einen Menge genau ein Element der anderen Menge zuordnen kann. Kein Element bleibt übrig.

*Ist eine Menge **mehr**, dann gibt es ein oder mehrere Elemente, denen man in der anderen Menge **nichts** zuordnen kann. Diese andere Menge ist dann **weniger**.*

Um die Zuordnung in einer Zeichnung darzustellen, kann man die zu vergleichenden Elemente z. B. mit einem Strich verbinden oder einrahmen.

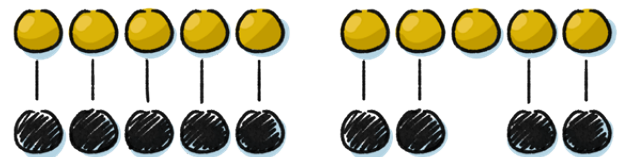


Abbildung 4.2-2 Visualisierung der Eins-zu-Eins-Zuordnung mit Verbindungslinien

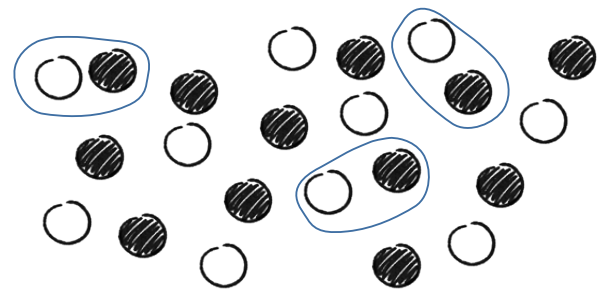


Abbildung 4.2-3 Visualisierung der Eins-zu-Eins-Zuordnung mit Rahmen

Die Verbindungslinien oder Rahmen haben den Vorteil, den Überblick zu behalten, welche Elemente bereits zugeordnet wurden.

Werden die Anzahlen zählend bestimmt, ist es auch vorteilhaft, die bereits gezählten Elemente zu kennzeichnen, denn jedes Element wird genau einmal gezählt.

AUFGABENBLATT 4.2b

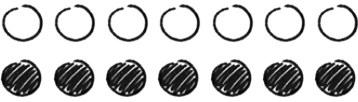
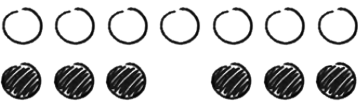

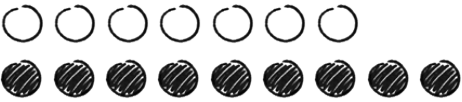
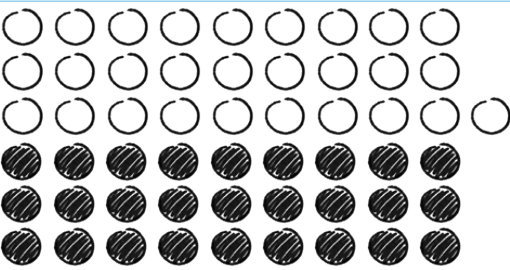
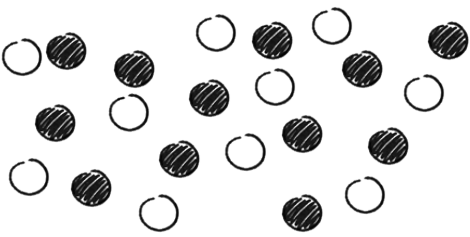
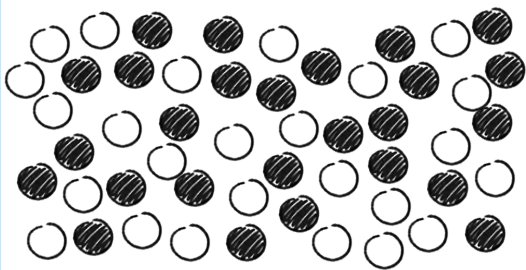
	Wie viele sind es mehr? Wie viele sind es weniger?	Vorgehensweise	Antwort
1		Eins-zu-Eins-Zuordnung mit den Augen.	Es sind gleich viele.
2		Eins-zu-Eins-Zuordnung mit den Augen.	Es ist ein weißer mehr. Es ist ein schwarzer weniger.
3		Eins-zu-Eins-Zuordnung mit den Augen (oder Verbindungslinien).	Es sind gleich viele.
4		Eins-zu-Eins-Zuordnung mit den Augen (oder Verbindungslinien).	Es sind zwei schwarze mehr. Es sind zwei weiße weniger.
5		Eins-zu-Eins-Zuordnung mit Verbindungslinien.	Es ist ein weißer mehr. Es ist ein schwarzer weniger.
6		Zählend oder Eins-zu-Eins-Zuordnung mit Rahmen (einen weißen und einen schwarzen jeweils einkreisen).	26 schwarze und 25 weiße. Es ist ein schwarzer mehr. Es ist ein weißer weniger. Oder habe ich mich verzählt? Achtung: Verzähl-Fehler, besonders, wenn die Mengen größer und unübersichtlicher werden.
7		Zählend oder Eins-zu-Eins-Zuordnung mit Rahmen (einen weißen und einen schwarzen jeweils einkreisen).	Es sind zwölf schwarze und zehn weiße. Es sind zwei schwarze mehr. Es sind zwei weiße weniger.

Abbildung 4.2-4 Antworten Aufgabenblatt 4.2b

Folgende Fragen und Aufgaben fassen die Unterrichtssequenz zusammen:

Die Kursleitung bittet einzelne Teilnehmer*innen, darauf zu antworten oder entsprechende Skizzen an die Tafel zu zeichnen.

Wenn man den Unterschied von zwei Mengen ermittelt, kann man bestimmen, wie viele es mehr bzw. weniger sind. Muss man dafür alle Elemente zählen? Formulieren Sie die Antwort an einem Beispiel und stellen Sie es dar.

Mögliche Antwort:

Nein, man kann den Unterschied der beiden Mengen mit einer Zuordnung – Eins-zu-Eins-Zuordnung – ermitteln. Dafür muss man nicht alle Elemente zählen.

Wie muss man fragen, damit man weiß, wie viele von z. B. weißen Vierecken im Vergleich zu schwarzen Vierecken mehr da sind? Gibt es weitere Fragemöglichkeiten? Erläutern Sie das an einem Beispiel.

Mögliche Antwort:

Wie groß ist der Unterschied? Wie viele weiße Vierecke sind es mehr? Um wie viele sind es mehr weiße als schwarze Vierecke?

Wie muss man fragen, wenn die Antwort lauten soll: Es sind vier schwarze Kreise mehr als weiße Kreise? Stellen Sie Ihre Antwort in einer Zeichnung dar.

Mögliche Antwort:

Wie groß ist der Unterschied? Wie viele schwarze Kreise sind es mehr? Um wie viele sind es mehr schwarze als weiße Kreise?

Wie sieht ein Bild aus, auf dem drei weiße Kreise mehr als schwarze Kreise sind? Wie sieht das Bild aus, wenn Sie statt Kreisen Vierecke oder Dreiecke zeichnen? Sind es dann auch drei weiße Vierecke/ Dreiecke mehr? Warum ist das so?

Mögliche Antwort:

Bei allen Vergleichen ist der Unterschied drei. Die Form der Elemente ist für den Unterschied egal.

Zeichnen Sie ein Bild mit weißen und schwarzen Kreisen, bei dem sich die weißen und die schwarzen Kreise um vier unterscheiden. Zeichnen Sie ein anderes Bild mit weißen und schwarzen Kreisen, bei dem sich die weißen und die schwarzen Kreise um vier unterscheiden.

Mögliche Antwort:

Es ist egal, mit welcher Anzahl von Elementen ich den Unterschied darstelle. Bei zehn und sechs Elementen beträgt der Unterschied vier. Bei drei und sieben Elementen beträgt der Unterschied auch vier.

RÜCKSCHAU

Um Mengen exakt zu vergleichen, wird jedem Element der einen Menge genau ein Element der anderen Menge zugeordnet. Danach kann festgestellt werden, wie viele Elemente in der einen Menge mehr vorhanden sind als in der anderen Menge. Entsprechend genauso viele Elemente sind in der anderen Menge weniger vorhanden. Mengen unterscheiden sich genau durch diese Anzahl der Elemente.

Die Anzahl, durch die sich zwei Mengen beim Anzahlvergleich unterscheiden, heißt Unterschied. Der Unterschied kann exakt mit einer Zahl ausgedrückt werden. Aus welcher Perspektive die Menge auch betrachtet wird – aus der der kleineren oder aus der der größeren Menge – die Zahl, die den Unterschied ausdrückt, ist gleich groß.