
ANTEILE, BRÜCHE UND PROZENTE

17



17 ANTEILE, BRÜCHE UND PROZENTE

Dagmar Grütte und Cornelia Weilke unter Mitarbeit von Wolfram Meyerhöfer
vollständig überarbeitet von Kora Deweis-Weidlinger

Didaktische Ziele

- Anteile im Vergleich zu ihrem Ganzen anhand alltagspraktischer Beispiele erkunden
- Möglichkeiten kennenlernen, (relative) Anteile auf verschiedene Arten zu benennen und darzustellen
- Teile von Mengen unterschiedlicher Gesamtheiten mithilfe bildlicher Darstellungen miteinander vergleichen
- die Bedeutung des Begriffs Prozent kennenlernen

Fachliche Voraussetzungen

- dezimales Stellenwertsystem
- Operationsverständnis von Multiplikation und Division
- Automatisierung des Einmaleins
- Zahlen durch 100, 10, 2, 4, etc. teilen

I Was soll in diesem Themenbereich verstanden bzw. routinisiert werden?

Für dieses Kapitel passt der Untertitel *Auf zur Prozentrechnung*. Es gibt einige Meilensteine, die die Teilnehmer*innen meistern sollten, um mit Prozenten rechnerisch sicher und verständlich umgehen zu können. Dazu gehört vor allem, sich zu erschließen, worum es bei Prozentrechnungen geht. Als Meilensteine auf dem Weg zu einem solchen Verständnis können die Themen Anteile, Brüche, Dezimalbrüche, Prozente und deren Zusammenhänge angesehen werden.

Diese Themen bilden Schwerpunkte der ersten Unterkapitel. Allen drei Themen gemeinsam ist, dass Anteile von einem Ganzen ermittelt werden oder umgekehrt von den Anteilen auf das Ganze geschlossen wird. Der spezifische Charakter der Bruchzahlen sowie das Bruchrechnen werden in diesem Kapitel nicht eingeführt. Hier werden Bruchzahlen nur insoweit in den Blick genommen, wie es zur Erarbeitung eines Verständnisses der Prozentrechnung angemessen erscheint.

Anteile einer Menge, einer Zahl oder einer Größe (Maßeinheit) können durch Summen oder durch Quotienten, Bruchzahlen oder Prozentsätze ausgedrückt bzw. dargestellt werden. Diese Größen sind ineinander umwandelbar. Den Teilnehmer*innen soll klar werden, dass diese nur jeweils anders ausgedrückt werden.

In der Prozentrechnung werden rechnerische Bezüge von Teilen zu einem Ganzen oder umgekehrt von einem Ganzen zu seinen Teilen hergestellt. Dabei wird in Prozent ausgedrückt, in welchem Verhältnis ein Teil zum Ganzen, das 100 Prozent entspricht, steht. Das ist der sogenannte Prozentsatz. Das Ganze und die Teile werden auf 100 bezogen. Daher stammt auch die italienische bzw. lateinische Bedeutung des Wortes Prozent: von Hundert oder Hundertstel.

BEISPIELE

für die Hälfte von 30:

- als Division durch 2:
 $30 : 2 = 15$
- als gleich große Zerlegung:
 $30 = 15 + 15$ oder $30 - 15 = 15$
- als Bruch:
 $\frac{1}{2} \cdot 30 = \frac{30}{2} = \frac{15}{1} = 15$ oder $0,5 \cdot 30 = 15$
- in Prozent:
50 % von 30 sind 15

Prozentangaben begegnen den Teilnehmer*innen häufig in ihrem Alltag. Prozente werden in Diagrammen oder Zeitungsartikeln verwendet. Wenn beispielsweise die Bevölkerung einer Stadt wächst oder auch abnimmt, wenn Kosten steigen oder sinken, wird das in Prozenten angegeben. Bankgeschäfte werden über Zinsen abgewickelt, deren Geldwerte über Prozente ermittelt werden.

Wenn es den Teilnehmer*innen gelingt, Bezüge zwischen Anteilen, Brüchen und Prozenten herzustellen, erweitert sich ihr Zahlverständnis immens. Der Zahlbereich der natürlichen Zahlen wird um den Zahlbereich der gebrochenen Zahlen erweitert. Es erschließen sich Kommazahlen und einfache Rechenwege.

BEISPIELE

für „25 % von 2.000 Euro“:

- 2.000 Euro mit 0,25 bzw. $\frac{25}{100}$ multiplizieren
- 2.000 Euro durch vier teilen

für „Zehn Prozent von 3.456“:

- durch zehn teilen

Um Prozente zu berechnen, haben sich zwei Grundverfahren etabliert:

1. Die Anwendung von Zuordnungen und des damit verbundenen sogenannten Dreisatzes.
2. Über den Zusammenhang Grundwert · Prozentsatz = Prozentwert.

(Der Wert des Prozentsatzes wird als Hundertstel angegeben oder mit dem Prozentzeichen versehen.)

Im Folgenden wird auf ein Grundverständnis von Prozenten fokussiert sowie auf die Berechnung mittels Dreisatz. Mithilfe vielfältiger Beispielaufgaben aus dem Alltag lernen die Teilnehmer*innen, Routinen zu entwickeln, um Prozentrechnungen durchzuführen.

II Welche Verständnisschwierigkeiten treten typischerweise auf?

- Eine Verständnisschwierigkeit ist, dass nach $10 \cdot \text{irgendeine Zahl}$ Schluss mit den Mal-Aufgaben wäre.
- Sich die Zusammenhänge zwischen den oben genannten Meilensteinen – Anteile, Brüche und Prozentsätze – zu erschließen, stellt eine große Herausforderung an das Abstraktionsvermögen der Teilnehmer*innen dar.
- Prozentrechnungen können über Formeln durchgeführt werden. Die Fehlerquote steigt dabei aber, sobald die Aufgabenstellung von den gewohnten Routinen abweicht. Um Formeln richtig anwenden zu können, muss identifiziert werden, welche Zahlen zu welchen Symbolen/Formelbestandteilen gehören, und es muss der Sachverhalt mit seinen rechnerischen Zusammenhängen analysiert werden. Aus einer Sachsituation zu ermitteln, was das Ganze und was die Teile sind, scheint im Vergleich zum Arbeiten mit Formeln der erfolgversprechendere Weg zu sein.
- Die Rechenoperationen Multiplikation und Division sind wesentliche Grundlagen für das Verständnis rechnerischer Zusammenhänge der Prozentrechnung.
- Eine weitere Herausforderung besteht darin, zu erkennen, für welche Werte welche Zahlen in Dezimalzahlen (Zahlen in der Kommaschreibweise) stehen. Es ist zum Beispiel irritierend, dass die erste Zahl nach dem Komma für Zehntel steht, die Zweite für Hundertstel, dass dabei aber die Zehntel einen größeren Wert als die Hundertstel haben. Eigentlich ist zehn doch viel weniger als hundert. Warum verhält sich das bei Bruchzahlen genau entgegengesetzt? Zehntel sind größer als Hundertstel.
- Ein weit verbreitetes Missverständnis ist es auch, das Komma als eine Art Trennzeichen zwischen zwei natürlichen Zahlen anzusehen. Man glaubt dann, dass 0,7 kleiner sei als 0,18, weil ja $7 < 18$ ist.

- Oftmals trifft man auch auf die Vorstellung, dass das Komma ein Symmetriezeichen ist. Hier besteht der Glaube, dass rechts vom Komma „Eintel“ stehen, rechts davon Zehntel und rechts davon Hundertstel.
- Mit $35\% = 35$ Hundertstel entsteht der Fehlschluss, dass $35\% = 0,035$ ist. Wenn mit dieser Fehlannahme weitergerechnet wird, entstehen Resultate, die um den Faktor Zehn falsch sind.

Um Aufgaben der Prozentrechnung zu lösen bzw. die ermittelten Werte zu interpretieren, sehen Teilnehmer*innen häufig eine hohe Barriere vor sich. Neben dem rechnerischen Erarbeiten der Zusammenhänge gilt es, diesen Lern- und Verstehensprozess psychologisch einfühlsam und motivierend zu begleiten. Im Selbstkonzept einiger Teilnehmer*innen ist manifestiert, dass sie die Prozentrechnung niemals verstehen werden.

III An welche Themenbereiche knüpft dieses Unterrichtskonzept direkt an?

- Kapitel 2 – Kardinaler Zahlbegriff
- Kapitel 5 – Zahlzerlegungen
- Kapitel 9 – Zahlbereich der natürlichen Zahlen und Stellenwertsysteme
- Kapitel 13 – Rechenoperation Multiplikation und Division

IV Wo finden sich didaktische Erläuterungen?

- Meyerhöfer, Wolfram; Hartmann, Christian; Jahnke, Thomas; Wollring, Bernd (2017): DVV-Rahmen curriculum Rechnen. Erarbeitet im Auftrag des Deutschen Volkshochschul-Verbandes e. V. Bonn.
 - Stufe 2 – Division, S. 110 ff.
 - Stufe 3 – Ziele und Prinzipien, S. 125 ff.
 - Stufe 3 – Mathematik fürs Leben, S. 135 ff.

www.grundbildung.de

V Welche Materialien werden benötigt?

Laptop mit PowerPoint und Beamer