



11.5 Runden, schätzen und überschlagen

EXPLORATION

Im Alltag treten immer wieder Situationen auf, in denen die Bestimmung einer genauen Menge, Anzahl oder eines genauen Betrages nicht möglich oder nicht notwendig ist. In diesen Fällen ist es sehr hilfreich, mit gerundeten Zahlen, Schätzungen oder Überschlägen sicher umgehen zu können.

Als Beispiele seien hier genannt:

- Reicht das Bargeld für den Einkauf? Gesucht: Überschlag des Gesamtpreises der im Einkaufswagen liegenden Waren.
- Grobe Überprüfung eines Rechenergebnisses: kann es zum Beispiel stimmen, dass 2 kg Gemüse zusammen 10€ kosten, wenn der Kilo-Preis bei 2,50€ liegt?
- Sie gehen mit zwei Freunden ins Kino und haben nur 30€ bei sich. Sie möchten Ihre Freunde einladen, eine Karte kostet 8,50€. Können Sie Ihre Freunde auch zu einem Getränk à 2,50€ und einer Tüte Popcorn à 5€ einladen?
- Verstehen und Interpretieren von Statistiken, z. B. in graphischen Darstellungen.
- Reicht das Urlaubsgeld von 400€ für die Reise nach Jamaika, wenn der Flug 359€ kostet, aber noch Unterkunft und Verpflegung hinzukommen?

Daher werden nachfolgend grundlegende Regeln für das Runden und der sichere Umgang mit Nachbarzahlen verschiedener Stellenwerte vermittelt. Je mehr Stellen eine Zahl hat, desto mehr Möglichkeiten gibt es, diese zu runden:

Eine zweistellige Zahl lässt sich auf Zehner und Hunderter runden, wobei hier immer nur die Nachbarhunderter 0 und 100 als Ergebnisse möglich sind, da alle zweistelligen Zahlen zwischen 0 und 100 liegen.

Eine dreistellige Zahl lässt sich auf Zehner, Hunderter und Tausender runden, als Tausender sind hier wiederum nur 0 und 1.000 möglich, da alle dreistelligen Zahlen zwischen 0 und 1.000 liegen. Mit praktischen Übungen werden die Teilnehmer*innen in der Lage sein, obige Fragen und andere Übungen zum Runden und Überschlagen zu beantworten bzw. zu lösen.

11.5.1 Vortrag Kursleitung – Runden, aber richtig

Didaktische Ziele

- Rundungsregeln aus der Wiederholung von Nachbarzahlen ableiten
- Rundungskonvention „bei 5 wird aufgerundet“ kennenlernen

In vielen Situationen ist es hilfreich oder erforderlich, Zahlen zu runden. Mit gerundeten Zahlen lässt es sich leichter rechnen. Dazu nachfolgend einige Beispiele zur Veranschaulichung. Die Darstellung kann am Zahlenstrahl erfolgen. Hier wurde eine tabellarische Übersicht vorgenommen.

BEISPIELE

Beispiel 1:

106 soll auf den Hunderter genau gerundet werden: Welche sind die Nachbarhunderter?

100 und 200
Zu welchem Hunderter ist der Unterschied geringer? Man sieht sofort: Der Unterschied zu 100 ist geringer.

106 soll auf den Zehner gerundet werden:

Welche sind die Nachbarzehner? 100 und 110
Zu welchem Zehner ist der Unterschied geringer? Man sieht sofort: Der Unterschied zu 110 ist geringer.

Beispiel 2:

134 soll gerundet werden: Die 134 hat als Nachbarzehner die 130 und 140, wobei der Abstand von 134 zur kleineren Zehnerzahl geringer ist.

Wenn nicht angegeben ist, auf welchen Stellenwert gerundet werden soll, dann wird üblicherweise der nächste (also der nächstgelegene) Nachbar gewählt, hier würde folglich auf 130 abgerundet.

Beispiel 3:

Es soll die Zahl 178 gerundet werden.

Hier müsste man aufrunden auf 180, da der Unterschied zum kleineren Nachbarzehner – 170 – deutlich größer ist.

Wenn jedoch die Unterschiede zu beiden Nachbarzahlen gleich groß sind, bedarf es einer allgemeingültigen Festlegung.

Welche Regel finden Sie sinnvoll?

Ist es bei der Zahl 5 (Einer, Zehner, Hunderter, ...) sinnvoller, aufzurunden oder abzurunden?

Begründen Sie Ihre Entscheidung.



zahl. Vielleicht versuchen Sie sich an einer Begründung für die Wahl dieser Festlegung.

Etwas schematischer zusammengefasst geht man beim Runden von Zahlen so vor:

Man betrachtet die Stelle, die rechts von der zu runden Stelle steht, dahingehend, ob sie von 0 bis 4 oder größer/gleich 5 ist.

Anders ausgedrückt: Beim Runden auf Hunderter werden die Nachbarhunderter betrachtet, beim Runden auf Zehner die Nachbarzehner. Gerundet wird jeweils zur nächsten Nachbarzahl. Dazu noch einige Beispiele:

Tatsächlich wurde folgende Festlegung getroffen:

Zahlen bis 4 werden abgerundet, d. h. hier wählt man die untere Nachbarzahl. Zahlen ab 5 – einschließlich der 5 – werden aufgerundet auf die obere Nachbar-

Zahl	gerundet auf H	gerundet auf Z
105	100	110



Auf den Hunderter runden: Einer außer Acht lassen → 105 → Stelle rechts neben dem Hunderter = 0, also abrunden auf 100.

Auf den Zehner runden: Einer ansehen → 105 → letzte Stelle = 5, also aufrunden auf 110.

Zahl	gerundet auf H	gerundet auf Z
336	300	340



Auf den Hunderter runden: Einer außer Acht lassen → 336 → Stelle rechts neben dem Hunderter = 3, also abrunden auf 300.

Auf den Zehner runden: Einer ansehen → 336 → letzte Stelle = 6, also aufrunden auf 340.

Zahl	gerundet auf H	gerundet auf Z
950	1.000	950



Auf den Hunderter runden: Einer außer Acht lassen → 950 → Stelle rechts neben dem Hunderter = 5, also aufrunden auf 1.000.

Auf den Zehner runden: Einer ansehen → 950 → letzte Stelle = 0, also sind es schon runde Zehner und es braucht nicht gerundet zu werden.

11.5.2 Gruppenarbeit – Dreistellige Zahlen runden

Didaktisches Ziel

runden von dreistelligen Zahlen auf Zehner und Hunderter üben und festigen

Die Kursleitung präsentiert folgende Tabelle und fragt die Teilnehmer*innen, ob bzw. warum es die richtigen Rundungsergebnisse sind und wie man auf diese Ergebnisse kommt.

Zahl	gerundet auf H	gerundet auf Z
267	300	270
159	200	160
378	400	380
220	200	220
...		

Dann bilden die Teilnehmer*innen Gruppen à 3–4 Personen und notieren eine Tabelle auf Papier gemäß obiger Vorlage.

Innerhalb der Gruppe denken sich die Teilnehmer*innen zehn weitere Zahlen bis 1.000 aus und notieren diese in der 1. Spalte. Dann werden die gerundeten Zahlen bestimmt und die Lösungen in die entsprechende Spalte eingetragen. Fokus ist das Gespräch darüber, auf welche Weise man zum gerundeten Wert gelangt. Fortgeschrittene und interessierte Teilnehmer*innen können auch vierstellige Zahlen runden und ergänzen die Spalte „gerundet auf T“.

Zeit für die Gruppen: ca. 10 Min.

Während der Gruppenarbeit erfasst die Kursleitung Fragen und Schwierigkeiten, die dann im Plenum besprochen werden.

Weiterführende Fragen der Kursleitung:

Welche Zahlen waren für Sie schwer zu runden?

Was waren die Schwierigkeiten?

Wie haben Sie diese gelöst?

Bei welchen Zahlen war das Runden leicht?

Begründen Sie!

Die Kursleitung fasst die Regeln für das Runden von Zahlen nochmal zusammen:

Zahlen von 0 bis 4 rundet man ab. Zahlen größer und gleich 5 rundet man auf. Das gilt für Einer, Zehner, Hunderter usw., also

- Runden auf (volle) Zehner: 145 → 150, 152 → 150
- Runden auf (volle) Hunderter: 250 → 300, 243 → 200
- Runden auf (volle) Tausender: 1200 → 1.000, 1500 → 2000

Soll man auf eine bestimmte Stelle runden, prüft man die nächste Stelle rechts davon, ob sie kleiner oder gleich bzw. größer als 5 ist:

- Runden auf Zehner: Man betrachtet die Einerstelle: 136 → 140 ($6 > 5$ → aufrunden), 273 → 270 ($3 < 5$ → abrunden)
- Runden auf Hunderter: Man betrachtet die Zehnerstelle: 379 → 400 ($7 > 5$ → aufrunden), 649 → 600 ($4 < 5$ → abrunden).

11.5.3 Vortrag Kursleitung und- Mathekonferenz – Rechnen mit Überschlägen (nicht nur) beim Einkauf

Didaktisches Ziel

An Beispielen aus dem Alltag erkunden, was beim überschlagenden Rechnen und beim Schätzen zu beachten ist. (Wann ist Runden sinnvoll? Welche Gefahren birgt das überschlagende Rechnen? Wann können Rundungskonventionen gebrochen werden?)

Beim Rechnen mit Überschlägen ist es hilfreich, sich zunächst die Frage zu stellen, wie exakt der Überschlag mit Blick auf das tatsächliche Ergebnis werden soll. Soll z. B. ein grober Überschlag eine Kaufentscheidung herbeiführen? Ob beim Einkauf von zwei Paar Schuhen zu 59,00€ und 65,00€ der Betrag von 100€ ausreicht, sagt ein Blick auf die Zehner: Fünf Zehner und sechs Zehner sind mehr als zehn Zehner, also mehr als ein Hunderter. Hier wird sofort deutlich, dass das Geld nicht reichen wird.

Grundsätzlich ist es sinnvoll, in Situationen, in denen eine Obergrenze vorliegt, tendenziell eher aufzurunden, um eine Überschreitung der Obergrenze auszuschließen.

BEISPIEL

Sie wollen einkaufen: Eine Jacke für 199,00€, eine Hose für 71,00€, ein T-Shirt für 34,00€. Sie haben 350€ dabei und würden gerne noch ein Paar Schuhe kaufen für 49,00€.

Reicht das Geld?

Die Kursleitung notiert die Beträge an der Tafel und lässt die Gruppe im Rahmen einer Mathekonferenz über diese Frage diskutieren. Nach 5–10 Minuten beendet die Kursleitung die Diskussion und präsentiert folgendes Tafelbild zur Erläuterung dieser Fragestellung:

BEISPIEL

Vorhandenes Budget: 350€

Rundet man **alles ab**, ergibt sich:

190€ Jacke	}	gesamt: 330€
70€ Hose		
30€ T-Shirt		
40€ Schuhe		

Rundet man **korrekt**, ergibt sich:

200€ Jacke	}	gesamt: 350€
70€ Hose		
30€ T-Shirt		
50€ Schuhe		

Rundet man **alles auf**, ergibt sich:

200€ Jacke	}	gesamt: 370€
80€ Hose		
40€ T-Shirt		
50€ Schuhe		

Abbildung 11.5-1 Überschlag beim Einkauf – reicht das Geld?

Tatsächlich kosten diese vier Teile 353,00€, bei korrektem Runden würde das Geld also nicht ausreichen. Wären alle Beträge abgerundet worden, hätte das Geld auch nicht gereicht, aber das Rundungsergebnis hätte suggeriert, dass es reichen würde.

Woran liegt das?

Zur Beantwortung bietet sich eine Diskussion im Rahmen einer Mathekonferenz an.

Erläuterungen durch die Kursleitung:

Bei der Jacke korrekt aufgerundet, wird der Betrag um 1€ erhöht.

Bei der Hose korrekt abgerundet, wird der Betrag um 1€ verringert.

Beim T-Shirt korrekt abgerundet, wird der Betrag um 4€ verringert.

Bei den Schuhen korrekt aufgerundet, wird der Betrag um 1€ erhöht.

Daraus ergibt sich, dass insgesamt um 2€ erhöht und um 5€ verringert wurde, wodurch sich die Differenz von 3€ ergibt ($5€ - 2€ = 3€$). Dieser Betrag hätte Ihnen an der Kasse gefehlt.

Umgekehrt besteht bei der Vorgehensweise, alles aufzurunden, die Gefahr, dass zu vorsichtig („zu konservativ“) gerechnet wird:

Wenn die Jacke nur 196€ kostet oder die Schuhe 46€, dann reicht das Geld, aber das Aufrunden suggeriert, dass es nicht reicht. Manchmal ist es also statt zu runden ratsam, doch besser genau auszurechnen.

In anderen Fällen gilt es vor dem Runden zu überlegen, wie nahe der Überschlag am eigentlichen Ergebnis sein soll. Gilt es z. B., die Lösung einer gerechneten Aufgabe hinsichtlich Plausibilität zu prüfen, kann ein grober Überschlag zunächst genügen. Die Frage, ob es stimmen kann, dass 1 kg Möhren à 1,49€ und 1 kg Kartoffeln à 1,90€ auf dem Wochenmarkt 16,80€ kosten, lässt sich sofort beantworten.

Frage an die Teilnehmer*innen:

Kann der Gesamtpreis von 16,80€ stimmen? Begründen Sie!

Mögliche Antworten:

1. Ein Gesamtpreis von 16,80€ für 2 kg Gemüse ist höchst unwahrscheinlich.
2. Via Überschlag erhält man einen Gesamtpreis von 3,50€.

Geht es um die Ermittlung eines möglichst genauen Rundungsergebnisses, kann es ebenfalls manchmal notwendig sein, von den herkömmlichen Rundungskonventionen abzuweichen.

Dazu ein Zahlen-Beispiel:

BEISPIEL

Für die Aufgabe $451 + 362$ soll das Ergebnis der Rundung auf volle Hunderter möglichst nah am korrekten Ergebnis sein. Rundet man hier in beiden Fällen korrekt, erhält man:

$$500 + 400 = 900$$

Da jedoch beide Summanden relativ weit von den nächsten Nachbarn entfernt sind, ist das Ergebnis recht ungenau.

Würde man hier entgegen der Rundungskonventionen den ersten Summanden abrunden, weil der 2. Summand auch vergleichsweise weit entfernt ist vom Nachbarhunderter, erhielte man:

$$400 + 400 = 800$$

Das genaue Ergebnis lautet 813, die zweite Rundungsvariante wäre hier also deutlich näher am tatsächlichen Ergebnis.

11.5.4 Aufgabenblatt 11.5a – Schätzen und Überschlagen im Alltag

Didaktisches Ziel

Aussagen mit eigenen Überschlägen überprüfen und eventuell korrigieren

Die Kursleitung händigt den Teilnehmer*innen **Aufgabenblatt 11.5a**⁹ aus und bespricht die Aufgabenstellungen. Es wird ferner geklärt, ob es Fragen zum Verständnis gibt. Dann sollen die Teilnehmer*innen zu jeder Aufgabe ein bis zwei Teil-Aufgaben in der Stunde lösen. Die Ergebnisse und die Herangehensweise werden besprochen. Besonderes Augenmerk ist darauf zu legen, dass die Teilnehmer*innen ihre Überlegungen verbalisieren und ihre Ergebnisse auch argumentieren. Die übrigen Aufgaben machen die Teilnehmer*innen zu Hause.

11.5.5 Vortrag Kursleitung und Kursgespräch – Überschlüge und Schätzwerte in Statistiken

Didaktisches Ziel
aus statistischen Darstellungen (Säulen- bzw. Balkendiagramm und Liniendiagramm) exakte Werte sowie Tendenzen und Entwicklungen ablesen

Abschließend zum Thema Überschlüge und Schätzwerte noch einige Erläuterungen zu Statistiken. Häufig werden Daten, die sich aus der Erfassung oder Beobachtung einer Vielzahl von Ereignissen ergeben, in Form von Säulen- oder Balkendiagrammen dargestellt. Als Beispiel seien hier genannt:

- die graphische Darstellung von Niederschlägen in bestimmten Zeiträumen und Orten
- Verhaltensweisen von Menschen wie zum Beispiel Konsumverhalten
- Verhaltensweisen von Tieren wie zum Beispiel Leben in Rudeln
- Straßenverkehrszählungen

Nachfolgende Graphik stellt die Lieblingsgetränke der Teilnehmer*innen verschiedener Volkshochschulkurse dar:

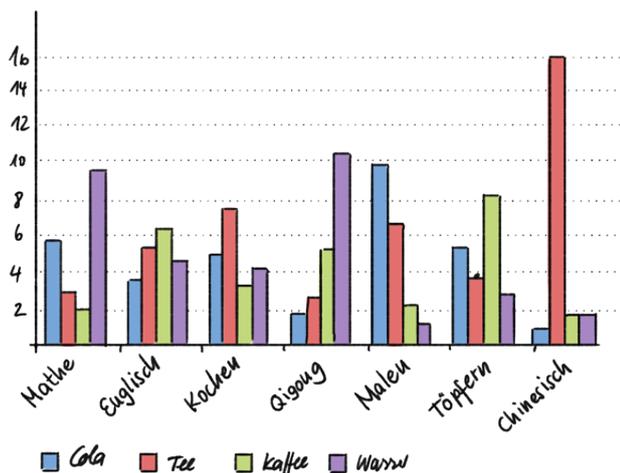


Abbildung 11.5-1 Säulendiagramm Lieblingsgetränke in der vhs, absolute Werte mit feiner Skalierung (linke Achse: Anzahl Teilnehmer*innen)

Hier lassen sich an der linken Achse (0, 5, 10, 15, 20) die tatsächlichen Werte gut ablesen, da die Einheiten in Zweier-Schritten angegeben werden. Bei graphischen Darstellungen wie diesen ist zu beachten, welche Skalierung an der Achse vorgenommen wurde. Wird die Skalierung gröber gewählt, ist das Ablesen genauer Werte erschwert, man muss schätzen:

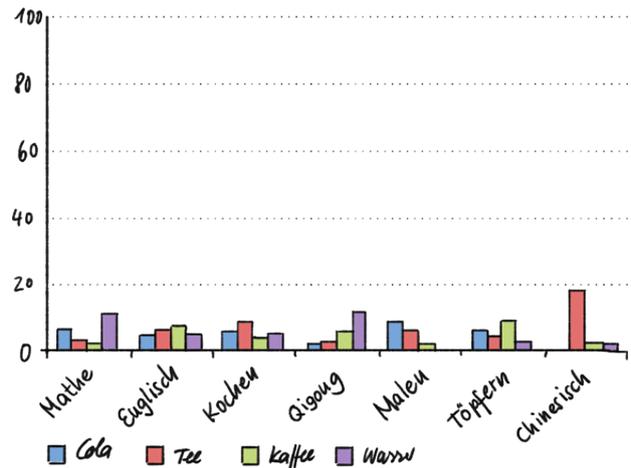


Abbildung 11.5-2 Säulendiagramm Lieblingsgetränke in der vhs, absolute Werte mit grober Skalierung (linke Achse: Anzahl Teilnehmer*innen)

In der nachfolgenden Darstellung sind die Angaben in Prozent, das heißt, ein absoluter Wert lässt sich nicht entnehmen:

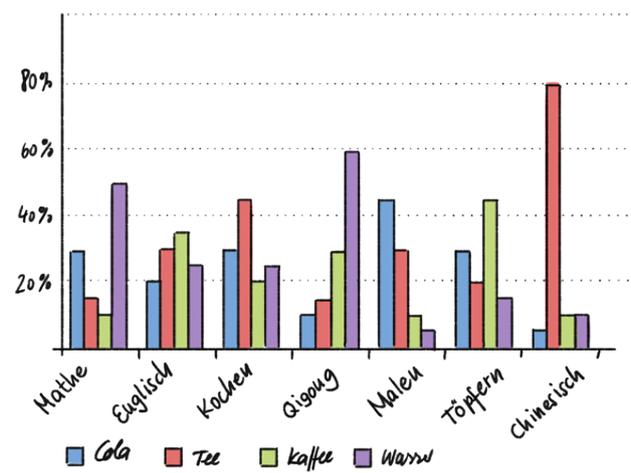


Abbildung 11.5-3 Säulendiagramm Lieblingsgetränke in der vhs, Prozent-Werte

Bei Statistiken wie dieser geht es hauptsächlich um die Interpretation der Daten-Gesamtheit und die Betrachtung von Auffälligkeiten, die sich aus dem Vergleich beispielsweise der Getränkepräferenzen oder der Kurse ergeben können. Als Beispiel sei genannt, dass im Chinesisch-Kurs auffallend viele Teetrinker*innen sind. Diese Information lässt sich sowohl aus der Darstellung mit absoluten Zahlen entnehmen als auch aus der prozentualen Darstellung.

Fragen der Kursleitung an die Teilnehmer*innen können sein:

Wie viele Teilnehmer*innen in den einzelnen Kursen mögen Kaffee am Liebsten? Versuchen Sie, die Werte so genau wie möglich abzulesen (Hilfestellung: Hinweis auf das Anlegen eines Lineals an der linken Achse).

Welche Darstellung finden Sie besser? Begründen Sie.

Was sehen Sie in den Abbildungen? Beschreiben Sie, was Sie sehen! Welche Informationen erhalten Sie?

Eine weitere typische Darstellung von Daten erfolgt in Form eines Liniendiagramms:

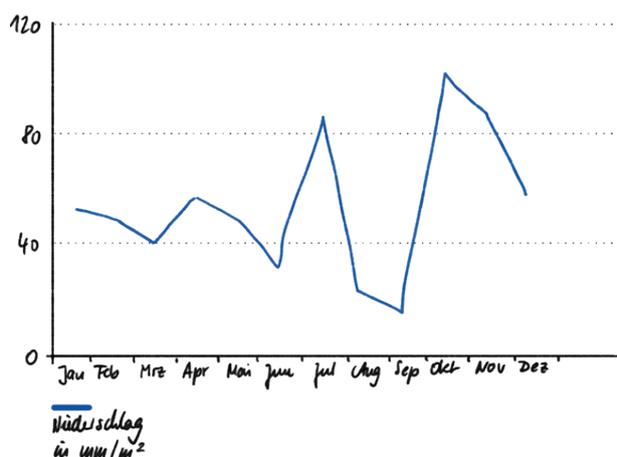


Abbildung 11.5-4 Niederschlag in Hannover, 1. Halbjahr 1990

Mit der gegebenen Skalierung können exakte Werte auch hier schwer abgelesen werden. Aber es lassen sich Aussagen über Tendenzen und Besonderheiten treffen. Es können z. B. folgende Fragen gestellt werden:

Was können Sie in Abbildung 11.5-4 erkennen? Beschreiben Sie den Verlauf des Niederschlags. Was fällt Ihnen auf?

Versuchen Sie, den Wert für Juli so genau wie möglich zu bestimmen. Bestimmen Sie den höchsten und den niedrigsten Wert.

RÜCKSCHAU

Die Teilnehmer*innen können mehrstellige Zahlen auf verschiedene Stellen runden und Überschläge ermitteln sowie Schätzungen abgeben. Dabei gilt es, beim Runden darauf zu achten, ob die nächstkleinere Stelle der zu rundenden Stelle einen Wert von 0 bis 4 aufweist (dann wird abgerundet) oder von 5 und größer aufweist (dann wird aufgerundet).

In Situationen des Alltags kann es hilfreich sein, diese Rundungskonventionen zu brechen, z. B. wenn man nicht sicher ist, ob der verfügbare Geldbetrag für den Einkauf bestimmter Waren ausreicht – dann kann tendenziell das Aufrunden vor unangenehmen Situationen schützen.

Die Teilnehmer*innen haben gelernt, statistischen Darstellungen verschiedene Informationen wie z. B. Tendenzen und Entwicklungen sowie etwaige Werte zu entnehmen.