



11.3 Zahlzerlegung von dreistelligen Zahlen

EXPLORATION

Das Zerlegen von Zahlen in verschiedene Teile und in eine unterschiedliche Anzahl von Teilen (Teilmengen) ist eine wichtige Hilfe für die Ausführung der Rechenoperationen. Weiß man, dass eine dreistellige Zahl wie beispielsweise 139 nicht nur in ihre Bündel Hunderter (1 H = 100), Zehner (3 Z = 30) und Einer (9 E = 9), sondern in beliebige Teile wie z.B. 100 und 39 oder 99 und 40 zerlegt werden kann, ermöglicht dies effektives Rechnen.

Daher werden in diesem Kapitel verschiedene Möglichkeiten der Zerlegung betrachtet und praktisch geübt.

11.3.1 Vortrag Kursleitung und Kursgespräch – Mehrstellige Zahlen in Stellenwerte und rechnerisch zerlegen

Didaktische Ziele

- Zerlegungen mehrstelliger Zahlen in ihre Stellenwerte wiederholen/festigen
- rechnerische Zerlegungen mehrstelliger Zahlen erkunden (als Vorbereitung für Rechenstrategien in Teilschritten)

So wie sich einstellige und zweistellige Zahlen in verschiedene Teilmengen zerlegen lassen, lassen sich ebenso dreistellige Zahlen in verschiedene Teilmengen zerlegen. Dabei ist die offensichtlichste Zerlegung durch die Bündel gekennzeichnet:

139 besteht aus 1 H 3 Z 9 E, also ist die 139 zerlegbar in 100, 30 und 9.

Wird jedoch die Menge 139 vollständig in lose Einer entbündelt, ergibt sich ein unübersichtliches Bild einer Menge, die sich nur noch durch Zählen erfassen lässt. Für das vorteilhafte Rechnen mit Zahlen wurde bereits in Kapitel 7 und 9 näher erläutert, dass Zerlegungen von Zahlen in Teile von großem Nutzen sein können.

Daher werden nachfolgend die Möglichkeiten anderer Zerlegungen betrachtet.

Zur Erinnerung: Die Zahlen 9 und 90 z. B. lassen sich wie folgt zerlegen, wenn man zunächst von 2 Teilmengen ausgeht:

9		90	
1	8	1	89
2	7	2	88
3	6
4	5	10	80
5	4	11	79
6	3	12	78
7	2
8	1	20	70
	
		87	3
		88	2
		89	1

Abbildung 11.3-1 Zahlzerlegungen der 9 und der 90

Fett und unterstrichen sind hier Zerlegungen in glatte Zehner wie 10 und 80, 20 und 70. Analog gibt es folgende Zerlegungen für die 139:

139	
1	138
2	137
3	136
4	135
5	134
6	133
7	132
8	131
...	...
137	2
138	1

Abbildung 11.3-2 Zahlzerlegungen der 139

Häufig bedarf es jedoch anderer Zerlegungen, z. B. in 3 oder mehr Teilmengen. Grundsätzlich ist jede Zahl in so viele Teilmengen zerlegbar, wie Einer vorhanden sind. Für die Zahl Zehn ist die weitest gehende Zerlegung:

$$10 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1.$$

Die Zehn lässt sich aber auch zerlegen in:

$$10 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \text{ oder in}$$

$$10 = 5 + 5 \text{ oder in}$$

$$10 = 1 + 2 + 3 + 4 \text{ usw.}$$

Welche Zerlegung jeweils vorteilhaft ist, ergibt sich aus der Aufgabenstellung. Für die Aufgabe

$$30 + 180 = \underline{\quad}$$

z. B. ist die Frage hilfreich, ob es leichter ist, die 30 oder die 180 zu zerlegen und welche Zerlegung hier zielführender im Sinne kanonischen Bündels und Rechnens ist.

Die 30 besteht aus 3 Zehnern, die 180 aus 18 Zehnern. Fragen an die Teilnehmer*innen:

Ist es hier sinnvoll, die 30 in 25 und 5 zu zerlegen? Warum bzw. warum nicht?

Ist es hier sinnvoll, die 180 in 150 und 30 zu zerlegen? Warum bzw. warum nicht?

Welche Zerlegungen finden Sie sinnvoll? Begründen Sie.

Wie bereits in den vorherigen Kapiteln näher erläutert wurde, ist das Bündeln zu einem Hunderter/Zehner kanonisch und erleichternd für das Rechnen. Daher bieten sich hier zwei Alternativen an mit dem Wissen, dass $10 Z = 1 H$:

30 wird zerlegt in 10 und 20, die 20 wird mit der 80 aus der 180 zu einem weiteren Hunderter gebündelt:

$$\begin{aligned} \underline{30} + 180 &= \underline{10} + \underline{20 + 80} + 100 \\ &= 10 + \mathbf{100} + 100 \end{aligned}$$

Die 180 lässt sich auch zerlegen in 70 und 110:

$$\begin{aligned} \underline{30} + 180 &= \underline{30 + 70} + 110 \\ &= \mathbf{100} + 110 \end{aligned}$$

Fragen der Kursleitung an die Teilnehmer*innen:

Welche Zerlegung finden Sie besser? Begründen Sie. Gibt es andere Möglichkeiten? Sind diese sinnvoll?

Die Zerlegung zweier dreistelliger Zahlen verläuft analog dazu. Für die Aufgabe $109 + 211$ wäre zu fragen:

Welche der beiden Zahlen soll man zerlegen? Wie soll man zerlegen, um die Aufgabe leicht lösen zu können?

*109 in $100 + 9$ oder 211 in $200 + 11$?
Oder $100 + 9$ und $200 + 10 + 1$?*

Oder gibt es eine andere Zerlegung, die sinnvoll ist?

Diese Fragen werden im Rahmen des Kursgesprächs diskutiert. Die Kursleitung fasst die Ergebnisse an der Tafel zusammen.

11.3.2 Mathekonferenz – Zerlegen von dreistelligen Zahlen

Die Kursleitung bittet die Teilnehmer*innen um Nennung mehrerer (bis zu 5) dreistelliger Zahlen und notiert diese an der Tafel. Dann sollen die Teilnehmer*innen verschiedene Zerlegungen zu den Zahlen finden, die die Kursleitung an der Tafel unterhalb der Zahlen spaltenweise ebenfalls notiert:

BEISPIEL

Zahl:

367

Zerlegungen:

300 60 7

360 7

359 8

100 100 100 67

... usw.



RÜCKSCHAU

Die Zerlegung mehrstelliger Zahlen in andere Teile als die gebündelten Stellenwerte erleichtert das Rechnen mit mehrstelligen Zahlen. Je komplexer die Zahlen und Aufgaben werden, desto wichtiger ist es, Zahlen flexibel zerlegen zu können und die Eigenschaften von mehrstelligen Zahlen zu kennen. Dazu gehören u. a. die Zerlegbarkeit in mehr als zwei Teile ($412 = 4 \text{ H } 1 \text{ Z } 2 \text{ E}$) ebenso wie die Zerlegbarkeit in Teile, die von den stellenweisen Bündeln abweichen ($456 = 42 \text{ Z } 36 \text{ E}$). Welche Zerlegung schließlich von Vorteil ist, das unterscheidet sich in den jeweils konkreten Aufgaben. Darauf wird in Kapitel 11.6 und 11.7 näher eingegangen.

Den Teilnehmer*innen steht hier ausreichend Material der Mehrsystemblöcke zur Verfügung, damit sie die Zahlen unterschiedlich zerlegen können, auch mit Entbündelung von Zehnern und Hundertern. Ziel dieser Übung ist es, dass die Teilnehmer*innen eine Vielzahl möglicher Zerlegungen erarbeiten als Vorbereitung für die Addition und Subtraktion in Kapitel 11.7. Je mehr Sicherheit die Teilnehmer*innen im Zerlegen von Zahlen haben, desto sicherer werden sie beim Bündeln und Entbündeln bzw. Rechnen mit Zehner- und Hunderterübergängen.

Die Kursleitung und die Teilnehmer*innen planen hier ausreichend Zeit ein, um alle Möglichkeiten und deren Vorteilhaftigkeit zu diskutieren. Dabei können einzelne Teilnehmer*innen auch an die Tafel eingeladen werden, um ihre Vorschläge anzuschreiben und mit der Gruppe Alternativen zu besprechen.