
IMMER ZEHN – DAS BÜNDE- LUNGSPRINZIP

9



9 IMMER ZEHN – DAS BÜNDELUNGSPRINZIP

Dagmar Grütte unter Mitarbeit von Wolfram Meyerhöfer
überarbeitet von Kora Deweis-Weidlinger

Didaktische Ziele

- grundlegende Einsicht in das dezimale Stellenwertsystem gewinnen
- Verständnis des Bündelungsprinzips aufbauen/festigen (Das „Zehner-System“ verwendet 10 Ziffern, von 0 bis 9, um Anzahlen beliebiger Größe schriftlich festzuhalten: je 10 von einer Einheit werden gebündelt zu 1 von der nächstgrößeren Einheit (10 Einer ergeben 1 Zehner, 10 Zehner ergeben 1 Hunderter usw.)
- Verständnis des Stellenwertprinzips aufbauen/festigen (Je nach Position hält dieselbe Ziffer unterschiedliche Werte fest; 3 kann für 3, 30, 300, 3000 etc. stehen. Der Wert einer Ziffer wird beim Weitergehen um eine Stelle nach links jeweils verzehnfacht. Die Stellenwerttabelle wird vorgestellt und die Rolle der Null als Platzhalter wird geklärt.)

- Zahlwortreihe bis 100 kennen (Besonderheiten der deutschen Zahlensprechweise bis 100)
- Zweistellige Zahlen lesen und schreiben
- verschiedene Möglichkeiten der Darstellung zweistelliger Zahlen kennen (Mehrsystemblöcke, Hunderterfeld/-tafel, Zahlenstrahl...)

Notwendige fachliche Voraussetzungen

- Zählen zur Anzahlerfassung unter Einhaltung der Zählprinzipien
- Zahlen als Mengen (Kardinaler Zahlbegriff) und als Zusammensetzungen verstehen („Teile-Ganzes-Verständnis“ als Grundlage für ein Verständnis des Zehners als Zusammensetzung aus 10 Einern)
- Da dieses Kapitel auf Einsicht in Bündelungsprinzip und Stellenschreibweise abzielt (Rechnen mit Zahlen bis 100 wird nicht thematisiert), stellt Rechnen keine Voraussetzung für dieses Kapitel dar!

I Was soll in diesem Themenbereich verstanden bzw. routinisiert werden?

Der Zahlbereich wird von 10 auf 100 erweitert. Zunächst mit Mengenbetrachtungen. Um die Anzahl der Elemente größerer Mengen zu erfassen, hilft das *Bündeln* in Zehnereinheiten. Dieses Zusammenfassen von zehn Einern zu einem Zehner und das Zusammenfassen von zehn Zehnern zu einem Hunderter kann vielfältig visualisiert werden. Den Teilnehmer*innen soll es dabei gelingen, die in den Darstellungen erkannte Ordnung und Struktur zu verallgemeinern und auf das Zahlssystem zu übertragen.

In den vorangegangenen Kapiteln wurde der Zahlbereich bis zehn als eine Einheit dargestellt.

Alle Zahlbeziehungen von eins bis zehn sind so grundlegend, dass sie sich auf größere Zahlen (Zahlbereiche) übertragen lassen. Die Einteilung der Unterrichtskonzepte in Zahlbereiche bis 10, bis 100, bis 1000 usw. ergibt sich einerseits aus Erfahrungen des mathematischen Unterrichtens, andererseits aus

der Struktur des Dezimalsystems, das es hier zu erarbeiten und zu verstehen gilt.

Schwerpunkt dieses Kapitels ist es, eine weitere grundlegende Erkenntnis zu erarbeiten: Zehn Einer werden zu einer neuen Einheit zusammengefasst. Dabei von einem *Bündelungsprinzip* zu sprechen, trifft den Kern sehr gut, denn zehn Einer werden zu einem Zehner gebündelt. Das Wort *Bündeln* lässt die Schlussfolgerung zu, wie eng Mengenebene und Zahlenebene miteinander verknüpft sind. *Etwas zu bündeln*, assoziiert eine *Mengenhandlung*. Tatsächlich kann diese Bündelung zum Beispiel sehr gut auf den Umgang mit Geld übertragen werden – Geldbündel. Dennoch soll im Endeffekt das System Einer und Zehner *auf der Zahlenebene* verstanden werden.

Die Zehn ist die maßgebliche Bezugseinheit für das gesamte, heute gebräuchliche *dezimale Zahlssystem*. Zehn Einer werden zu einem Zehner zusammengefasst. Zehn Zehner werden zu einem Hunderter zusammengefasst. Zehn Hunderter zu einem Tausender usw. Entlang dieses Bündelungsprinzips ist das *Stellenwertsystem* aufgebaut. Die Bündel werden Stellen zugeordnet.

Es ist ein Ordnungsprinzip, das Zahlen strukturiert und aus dem die Werte der Zahlen ablesbar sind. Alle Zahlen im dekadischen Zahlensystem können mit nur zehn Ziffern notiert/konstruiert werden.

Für das Stellenwertsystem gilt: Wenn es zehn auf einer Stelle sind, dann wird eine neue Stelle besetzt. Diese Stelle wird links davor geschrieben. Beginnend mit Einern heißt das, wenn es zehn Einer sind, wird die Stelle links davor besetzt – die Zehnerstelle. Die Zahl ist zweistellig. Wenn es zehn Zehner sind, wird die Stelle links davor besetzt – die Hunderterstelle. Jetzt ist die Zahl dreistellig. Das Stellenwertsystem ist damit beliebig erweiterbar. Wenn eine Stelle nicht besetzt ist, wird dafür eine Null geschrieben.

Die Schreib- und Sprechweisen der Zahlen bis 100 weisen einige Unregelmäßigkeiten auf. Bedeutend ist die Erkenntnis, dass die Zehner und Einer in einer anderen Reihenfolge aufgeschrieben werden als das Zahlwort gesprochen wird: Für dreizehn wird 13 aufgeschrieben, für vierundsechzig wird 64 aufgeschrieben.

II Welche Verständnisschwierigkeiten treten typischerweise auf?

Das geniale Zahlensystem, basierend auf der Zehn, zu entwickeln, dauerte sehr, sehr lange. Jahrhunderte. Die Teilnehmer*innen sollen jetzt das Dezimalsystem in all seiner Komplexität in Kürze erfassen und verstehen. Das ist eine große Herausforderung.

Die Zahlenschreibweise weicht von der Sprechweise ab. Das ist verwirrend und bereitet vielen Menschen im Umgang mit Zahlwörtern und mehrstelligen Zahlen Schwierigkeiten. Geschrieben wird zuerst der Zehner und danach der Einer – 32 (also drei zwei). Gesprochen wird zuerst der Einer und danach der Zehner – zweiunddreißig. Häufig lehnen Teilnehmer*innen die Notation an die Sprechweise an und schreiben zunächst den Einer auf und danach den Zehner. Richtig ist es, den Zehner vor dem Einer zu schreiben. Die Verwirrung, die sich ergeben kann, manifestiert sich in sogenannten Zahlendrehern. Sechsendvierzig wird dabei möglicherweise als 64 notiert – die Sechs wird demnach zuerst gesprochen *und* geschrieben.

Manche Teilnehmer*innen werden auch weiterhin Schwierigkeiten haben, in Mengenbetrachtungen und Zahlbetrachtungen zu differenzieren. Zahlbetrachtungen sind mentale Konstrukte, die sich einigen Teilnehmer*innen langsamer erschließen. Bezüge zu Mengen sind zunächst fassbarer. Zusammenhänge können mit Material oder Visualisierungen direkt und reproduzierbar belegt werden. In mentalen Konstrukten diese Reproduzierbarkeit und die Zahlbeziehungen zu erkennen, stellt eine große Herausforderung dar.

Einige Teilnehmer*innen werden noch immer zählen. Zählende Lösungen von Rechenaufgaben sind nicht mehr angebracht, wenn verstanden wurde, welche Beziehungen Zahlen zueinander haben, wie Zahlen zu zerlegen sind und was es mit Rechenoperationen auf sich hat.

III An welche Themenbereiche knüpft dieses Unterrichtskonzept direkt an?

Voraussetzung, um sich den Zahlbereich bis 100 zu erschließen, sind Basiskenntnisse über den Zahlbereich bis 10. An dieser Stelle haben die Teilnehmer*innen Zahlen bereits als mentale Konstrukte verstanden und es ist ihnen möglich, Mengenbezüge immer wieder herzustellen.

Bekannt ist:

- Zahlen können in Einer zerlegt werden.
- Vorgänger und Nachfolger einer Zahl unterscheiden sich um genau eins von der Zahl.
- Die Einer können unterschiedlich zusammengefasst werden, sodass Zahlen in andere Zahlen zerlegt werden können.
- *Immer einer mehr führt* zu immer größeren Zahlen.

IV Wo finden sich didaktische Erläuterungen?

- Gaidoschik, Michael (2015): Rechenschwäche vorbeugen. Erstes Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen. G&G Verlag, Wien. (8. Auflage) S. 162 ff. Das Buch von Michael Gaidoschik ist bestens geeignet, um weitere didaktische Erläuterungen nachzulesen. (*Es wird wortidentisch vom Persen-Verlag, Buxtehude, unter dem Titel: „Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern. Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis“ vertrieben. Die Änderung von Titel und Cover erfolgte ohne Einwilligung des Autors.*)
- Kutzer, Reinhard (2001): Mathematik entdecken und verstehen. Band 2. Frankfurt am Main. S. 71 ff.
Reinhard Kutzer gibt viele Anregungen zum *Bündeln*.
- Meyerhöfer, Wolfram; Hartmann, Christian; Jahnke, Thomas; Wöllring, Bernd (2017): DVV-Rahmencurriculum Rechnen. Erarbeitet im Auftrag des Deutschen Volkshochschul-Verbandes e. V. Bonn.
 - Zum Zahlbereich bis 30: Stufe 1, S. 39 ff.
 - Die Begriffe Zehner/Einer werden auf Stufe 1 S. 40 eingeführt.
 - Die Grundlagen für das Verständnis zweistelliger Zahlen werden in Stufe 2 ab S. 51 didaktisch erläutert.
 - Zu Bündelung und Stellenwerten: Stufe 2 – Speziell die S. 52 ff.
 - Zur Benennung zweistelliger Zahlen: Stufe 2, S. 55 f.

www.grundbildung.de

V Welche Materialien werden benötigt?

- Steckwürfel
- Holzwürfel, Zehnerstangen, Hunderterplatten – Mehrsystemblöcke, z. B. Dienes-Material
- Chips, Knöpfe o. Ä. – Gefäße zur Bündelung (kleine Dosen, Teller, Schachteln)
- Spielgeld
- Zehnerwürfel
- Metermaß mit Zentimetereinteilung
- Lineal mit Millimeter- und Zentimetereinteilung
- Uhr mit beweglichen Stunden- und Minutenzeigern